



上海交通大学硕士学位论文

无人系统中基于动态共识信息的目标级融合 及扩展目标级融合算法研究

姓 名：张澍祺
学 号：122032910105
导 师：袁汀副研究员
院 系：自动化与感知学院
学 科/专 业：控制工程
申 请 学 位：工程硕士

2025 年 5 月 18 日

**A Dissertation Submitted to
Shanghai Jiao Tong University for the Degree of Master**

**TRACK AND EXTENDED OBJECT TRACK FUSION
USING DYNAMIC CONSENSUS FOR AUTONOMOUS
SYSTEMS**

Author: Zhang Shuqi
Supervisor: Prof. Yuan Ting

Department of Automation
Shanghai Jiao Tong University
Shanghai, P.R. China
May 18th, 2025

上海交通大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全知晓本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：张时健

日期：2025 年 5 月 18 日

上海交通大学

学位论文使用授权书

本人同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。

本学位论文属于：

☒ 公开论文

☐ 内部论文，保密 ☐ 1 年 / ☐ 2 年 / ☐ 3 年，过保密期后适用本授权书。

☐ 秘密论文，保密 ____ 年（不超过 10 年），过保密期后适用本授权书。

☐ 机密论文，保密 ____ 年（不超过 20 年），过保密期后适用本授权书。

（请在以上方框内选择打“√”）

学位论文作者签名：张时健

日期：2025 年 5 月 18 日

指导教师签名：袁：J

日期：2025 年 5 月 26 日

摘 要

多目标状态估计是指通过多传感器感知系统获取的观测数据，对动态环境中目标的运动状态、形态特征及行为模式进行时空关联估计，以方便准确短时预测。随着无人系统的发展，目标状态估计的可靠性、环境适应性需求不断提升。在工程应用中，多传感器融合系统常常面临传感器误差累积、传感器测量模型建模困难等核心挑战。本文针对上述挑战，提出无人系统中基于动态共识的目标级融合与扩展目标级融合算法框架。全文围绕“理论建模-算法创新-系统验证”的研究路线，其研究内容和创新工作主要体现在以下三个方面：

首先，基于贝叶斯估计框架下的卡尔曼滤波理论，构建了无人系统多目标状态估计与基于概率数据关联的多目标跟踪软硬件系统。介绍了在无人系统多目标状态估计任务工程应用所需要的状态估计滤波理论基础和里程计等相关技术。通过真实道路场景下的激光雷达实测数据分析，定性验证了传统目标状态估计算法在传感器同步配准失效时的跟踪误差累积效应，为后续在多传感器目标级融合与主要基于激光雷达的扩展目标级融合的创新提供了关键的工程依据。

其次，针对多传感器系统时空异步与数据丢失问题，提出基于动态共识信息的目标级融合方法。建立网络通信拓补模型与异常诊断机制，抑制时延与数据丢失导致的误差累积。基于李雅普诺夫稳定性理论，证明该算法在给定参数条件下在有限时间内收敛。并设计灵敏度实验与收敛分析验证该结果。在多场景对比实验中，相较于传统方法，该方法在动态干扰场景下具有更高的估计精度及系统可靠性，为多传感器系统的目标级融合提供了新的解决方案与技术支撑。

最后，针对点云数据的轮廓量测特性，提出基于轮廓量测模型的随机矩阵扩展目标级融合算法。针对车辆等矩形拓展目标，设计并推导了从椭圆扩展目标到矩形扩展目标的缩放因子。为解决在不良传感器位置情况下的局部轨迹丢失问题，创新性引入主成分分解校验机制调整目标级轨迹融合路线。结合动态共识理论，提出了多传感器扩展目标级轨迹融合跟踪系统。消融实验与仿真对比实验结果表明相较于主流算法，所提方法在各场景下形态中心估计精度显著提升，且多传感器系统的扩展目标融合轨迹的全局一致性优势明显。

关键词：多目标跟踪，动态共识协议，目标级轨迹融合，扩展目标跟踪，信息融合

Abstract

Multi-target state estimation refers to the continuous estimation and prediction of the motion state and behavioral patterns of targets in dynamic environments through multi-sensor perception systems. With the increasing demands for reliability and adaptability in environments relating to autonomous driving, challenges such as the accumulation of estimation errors and the modeling of sensor measurement models frequently arise in engineering applications involving multi-target state estimation. A theoretical framework for track and extended target track fusion system using dynamic consensus has been proposed to address these challenges. The research follows a diagram of “theoretical modeling – algorithm innovation – system validation” and the research contributions and innovations are reflected in three main areas:

Based on Kalman filtering theory, a collaborative framework for multi-target state estimation in autonomous systems has been constructed based on Kalman filtering theory. The fundamental theory on Kalman filtering and related technologies such as odometry and Probability Data Association has been introduced. Through the analysis of real-world scenarios acquired from LiDAR, performance bottlenecks of the multi-target state estimation system under LiDAR sensors have been identified, qualitatively validating the accumulation of track errors in traditional algorithms when sensor synchronization and registration fail. This provides an engineering basis for subsequent innovative treatments in multi-sensor track fusion and extended target tracking based on LiDAR contour measurements.

In response to the issues of asynchrony and data loss in multi-sensors, a track fusion method based on dynamic consensus has been proposed. A network communication topology model and an anomaly diagnosis mechanism have been established to suppress the error accumulation caused by delays and data losses. Based on Lyapunov stability theory, it has been proven that the algorithm converges within a finite time under given parameter conditions. Sensitivity experiments and convergence analysis have been designed to validate this result. In comparative experiments across multiple scenarios, this approach exhibits a higher estimation precision under dynamic disturbance conditions than traditional methods, providing a new theoretical framework and technical support for multi-sensor track fusion.

In consideration of the contour measurement feature of LiDAR, a random matrix extended target track fusion algorithm based on contour measurement model has been proposed. A scaling factor from elliptical targets to rectangular targets has been designed and derived to address the issue of local track loss under poor sensor positioning. An innovative principal component decomposition verification mechanism has been introduced to adjust the track fusion pathway. By integrating the dynamic consensus theory, an extended target track fusion system for multi-sensors has been developed. Ablation experiments and simulation comparison results indicate that the proposed method significantly improves the accuracy of extension center estimation across all scenarios compared to mainstream algorithms, while also showing an advantage in the global consistency of the fused track from multi-sensors.

Key words: Multi-target Tracking, Dynamic Consensus Protocol, Track-to-Track Fusion, Extended Target Tracking, Information Fusion

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 目标状态估计技术研究现状.....	2
1.2.1 目标状态估计滤波器研究现状	3
1.2.2 扩展目标状态估计研究现状	3
1.3 无线传感器网络技术研究现状.....	5
1.4 轨迹融合相关技术研究现状.....	6
1.4.1 目标级轨迹数据关联研究现状	6
1.4.2 目标级轨迹融合研究现状	7
1.5 本文的主要贡献与结构安排.....	8
第 2 章 目标状态估计理论与多目标跟踪系统的工程应用	11
2.1 引言.....	11
2.2 目标状态估计理论.....	11
2.2.1 系统动态模型	11
2.2.2 线性卡尔曼滤波器	14
2.2.3 扩展卡尔曼滤波 (EKF)	15
2.2.4 无迹卡尔曼滤波 (UKF)	17
2.3 KISS-ICP 里程计算法.....	19
2.3.1 运动去畸变	19
2.3.2 点云降采样	20
2.3.3 基于自适应参数调整的局部地图生成	20
2.3.4 ICP 点云配准	21
2.4 基于无迹卡尔曼滤波与概率数据关联的多目标跟踪系统.....	22
2.4.1 概率密度数据关联滤波器 (PDAF)	22
2.4.2 算法流程	24
2.5 无人系统数据采集设备.....	25
2.5.1 数据采集硬件	25

2.6 里程计实验与多目标跟踪实验.....	27
2.6.1 基于真实数据的里程计实验	28
2.6.2 基于仿真数据的多目标跟踪实验	29
2.7 本章总结.....	32
第 3 章 基于动态共识信息的目标级轨迹融合	35
3.1 引言.....	35
3.2 问题描述.....	35
3.3 系统架构.....	36
3.4 T2TF-DC 系统设计.....	37
3.4.1 传感器网络设计	38
3.4.2 贪心搜索数据关联算法	39
3.4.3 基于动态共识的目标级轨迹融合	39
3.5 T2TF-DC 收敛性证明.....	42
3.5.1 共识信息的收敛性	43
3.5.2 共识误差的收敛性	44
3.5.3 超参数设置分析	47
3.6 T2TF-DC 的可行性仿真实验.....	48
3.6.1 T2TF-DC 收敛性实验与灵敏度分析.....	49
3.6.2 不同场景下各目标级轨迹融合算法对比试验分析	51
3.7 本章小结.....	53
3.8 不足与研究展望.....	56
第 4 章 基于动态共识的轮廓量测扩展目标级轨迹融合系统	57
4.1 引言.....	57
4.2 随机矩阵模型.....	57
4.2.1 动态模型	57
4.2.2 动态状态模型和扩展状态模型	58
4.2.3 观测模型和扩展中心似然函数	60
4.2.4 估计更新迭代	61
4.3 轮廓量测随机矩阵模型.....	62
4.3.1 统计几何框架下的扩展中心估计	63

4.4 扩展目标的缩放因子.....	66
4.4.1 椭圆目标的缩放因子	66
4.4.2 矩形扩展目标的缩放因子	68
4.5 基于动态共识轮廓量测的多传感器扩展目标跟踪系统.....	69
4.5.1 系统架构	70
4.5.2 基于主成分分析的轮廓量测合格性校验机制	71
4.5.3 基于共识信息的轮廓量测扩展目标跟踪系统流程	72
4.6 仿真实验.....	74
4.6.1 基于激光雷达的 L-Shape 特征的数据生成方法.....	74
4.6.2 ContourRM 扩展目标状态估计算法对比仿真试验	75
4.6.3 ContourRM-T2TF-DC 扩展目标级轨迹融合实验与灵敏度实验分 析	81
4.7 本章小结.....	84
第 5 章 全文总结与展望	87
5.1 全文工作总结.....	87
5.2 研究不足与展望.....	88
参考文献.....	89
附录 A 专业术语表	95
致 谢.....	97
学术论文和科研成果目录.....	99

插图

图 1.1 全文的内容安排.....	9
图 2.1 多目标跟踪系统流程图.....	24
图 2.2 数据采集系统概况.....	26
图 2.3 本章实验分析结构图.....	27
图 2.4 两个环境下的真实数据集.....	28
图 2.5 两个环境下的 KISS-ICP 里程计结果.....	29
图 2.6 激光雷达里程计各环节示意图.....	30
图 2.7 不同类型的激光雷达产生的点云.....	30
图 2.8 多目标跟踪行人跟踪目标场景.....	31
图 2.9 多目标跟踪传感器失配场景.....	32
图 2.10 多目标跟踪汽车目标场景.....	32
图 3.1 T2TF-DC 工作流程.....	37
图 3.2 传感器网络示例.....	38
图 3.3 6 个目标轨迹的真值数据.....	48
图 3.4 收敛曲线灵敏度分析.....	50
图 3.5 通信中断轨迹补全实验的结果（4 号目标）.....	52
图 3.6 轨迹估计数据.....	55
图 3.7 不同场景下的 NEES 指标数据（4 号目标）.....	56
图 4.1 扩展中心估计过程示意图 ^①	64
图 4.2 缩放因子与自适应缩放对比图.....	69
图 4.3 多传感器扩展目标跟踪系统流程图.....	73
图 4.4 数据生成原理图.....	74
图 4.5 多传感器场景设置.....	76
图 4.6 稀疏场景各方法的对比结果图（传感器 1）.....	78
图 4.7 并交比结果（传感器 1）.....	79
图 4.8 稀疏场景下 RMSE 和 GWD 结果.....	80
图 4.9 ContourRM-T2TF-DC 并交比指标对比.....	82

表 格

表 2.1 数据采集平台的传感器配置..... 25

表 2.2 KISS-ICP 参数设置..... 28

表 2.3 多目标跟踪系统参数设置..... 31

表 3.1 对比试验的场景参数设置..... 49

表 3.2 θ 参数灵敏度下 T2TF-DC 过程计算开销..... 50

表 3.3 位置空间的 RMSE 指标比较, MC= 50..... 53

表 3.4 速度空间的 RMSE 指标比较, MC= 50..... 54

表 4.1 多传感器参数设置..... 75

表 4.2 对比试验各项性能指标（传感器 1）..... 79

表 4.3 密集场景下各项性能指标..... 82

表 4.4 网络连接概率 p_c 灵敏度分析（不引入 ϕ_{thres} ）..... 83

表 4.5 ϕ_{thres} 阈值灵敏度分析（ $p_c = 1$ ）..... 84

表 A.1 全文专业术语对照表..... 95

算 法

算法 2.1 KISS-ICP 点云配准 22

算法 2.2 PDA-UKF 多目标跟踪系统 24

算法 3.1 T2TF-DC 迭代过程 41

算法 3.2 T2TF-DC 全局共识过程 42

算法 4.1 基于轮廓量测的随机矩阵扩展目标状态估计方法（ContourRM） 71

算法 4.2 基于主成分分析的轮廓量测合格性校验机制 72

符号对照表

$\mathbf{x}_k$	t_k 时刻目标运动状态向量
$\mathbf{z}_k$	t_k 时刻测量向量
$\mathbf{w}_k$	t_k 时刻过程噪声
$\mathbf{v}_k$	t_k 时刻测量噪声
$\mathbf{X}_k^l$	t_k 时刻目标 l 的估计集
$\mathbf{Z}_k^l$	t_k 时刻目标 l 的验证测量集
ν_k	t_k 时刻的新息向量
$\mathbf{Q}$	过程噪声协方差矩阵
$\mathbf{P}$	状态估计协方差矩阵
$\mathbf{S}$	状态观测协方差矩阵
$\mathbf{N}$	新息向量协方差矩阵
$\mathbf{T}_k$	t_k 时刻里程计位姿
$\mathbb{T}$	时间集合
$\mathbb{S}$	传感器集合
$\mathbb{O}$	多目标集合
$\mathcal{P}$	点云集合
$\hat{\mathbf{x}}_k$	t_k 时刻状态向量的估计
$\tilde{\mathbf{x}}_k$	t_k 时刻状态向量的估计误差
$\bar{\mathbf{Y}}_k$	t_k 时刻共识信息向量
$\tilde{\mathbf{Y}}_k$	t_k 时刻共识误差向量
$\mathbf{e}_k$	t_k 时刻扩展状态向量
$\mathbf{r}_k$	t_k 目标扩展中心极坐标
$\mathbf{I}$	单位矩阵
$V(\cdot)$	李雅普诺夫标量函数
$(\cdot)'$	转置
$\exp(\cdot)$	指数函数
$\text{tr}(\cdot)$	矩阵的迹

第1章 绪论

1.1 研究背景及意义

上世纪 60 年代以来,美国航天工程迅速发展,目标的状态估计(Target State Estimation)问题成为国内外研究的焦点。目标状态估计是指利用传感器的量测数据对检测域内的环境进行感知,通过数据关联和滤波跟踪等处理方法,估计目标的运动状态和系统状态,并且预测目标未来轨迹与行为。在实际工程应用场景下,为契合后续数据关联及跟踪滤波算法的实施条件,通常需对复杂多变的环境实施简化与抽象化建模操作,进而构建起相应的数学模型,搭建完整的目标状态估计,多传感器目标级轨迹融合系统,该系统也称为现代意义上的目标跟踪(Target Tracking)系统。然而,现实世界中的目标具有类型繁杂、数量难以确定、机动性强、信号高度密集以及非线性环境噪声等特征,这无疑给目标状态估计技术与目标跟踪系统的发展与应用带来了巨大挑战。

回顾目标跟踪系统历经的数十年发展历程,其背景技术的演进主要围绕两个关键维度进行拓展:一是目标模型的构建与增广;二是传感器的参数优化和配置升级。从目标模型的维度审视,在传统的信号跟踪任务里,追踪对象主要为信号解析函数的参数;于航空航天飞行器领域,重点关注的则是二维或三维点目标的状态向量(State Vector);而在当前广义的无人系统范畴内,不仅要对目标的状态向量进行精准跟踪,还需兼顾目标的行为模式(Mode)以及与其他目标间的属性(Feature)关联等多元信息。在此类复杂且智能化的跟踪任务需求驱动下,为收集这些丰富多样的信息,必然需要运用更为多元化且规模庞大的传感器阵列,这无疑会导致传感器网络的复杂程度大幅提升,同时也使得数据的关联操作以及时空同步过程变得更为复杂,进而引入误差并增加算力负担。在这种目标模型与传感器数据双重复杂化趋势的交织影响下,信息融合技术应运而生。作为一种将多个传感器所采集的数据进行有机集成,并从中提取出精确、有效信息,以供无人系统的其他控制模块高效使用的关键技术手段,信息融合技术已成为当今解决目标跟踪难题的核心思维与重要途径。

在目标跟踪背景技术伴随目标模型复杂化和传感器体量持续增长的态势下,对现实世界中目标呈现出种类繁多、数量未明、机动性显著、信号高度密集以及环境噪声呈非线性等复杂特征,亟待解决如下关键问题:

1. 传感器的时钟、空间同步与配准问题: 由于传感器本身的复杂性,传感器的数

学模型之间存在同构和异构关系，且数据在时空维度上受到外界环境的干扰存在不一致性，这就要求在目标跟踪任务中针对传感器的时钟、空间同步采取针对性措施，以确保数据的准确性和一致性，为后续的跟踪问题提供可靠基础。

2. 算法的实时性与精度平衡问题：由于多传感器感知系统的数据量大，目标跟踪的计算成本会指数级增加，但若降低计算精度，又会导致难以满足跟踪任务。
3. 数学模型的构建问题：基于数学模型的目标跟踪算法通常难以精准解析现实世界中目标的运动模型与传感器的观测模型。一旦模型与实际情况不匹配，将会不可避免地导致跟踪性能的下降，因此，构建高度拟合实际的数学模型是提升目标跟踪效果的关键环节。
4. 目标种类多样性问题：环境中的目标往往有多种形态，且每种形态还包含不同特征，例如在无人机跟踪鸟类与跟踪其他无人机时，目标跟踪系统不仅需要精准掌握环境中各类目标的模型与特征，甚至还需洞悉目标的形态特征（即扩展目标模型），这就使得系统不得不实时维护目标动态信息，进而导致算力需求大幅增加。

本文主要借助信息融合的思想，着手在传感器的时钟、空间同步与配准和多样化目标数学模型构建这两个关键问题下展开探究。接下来对目标跟踪中的目标状态估计与目标级轨迹融合的发展现状与相关技术进行详细综述。

1.2 目标状态估计技术研究现状

目标状态估计的本质是利用传感器对监测区域内的目标和环境进行感知，根据获得的含噪声量测数据开展目标点迹/航迹数据关联和跟踪滤波处理，对目标的数量、状态以及运动变化进行估计，并在一段时间内跟踪和预测移动目标的运动轨迹。当下目标状态估计已经被广泛应用于海空预警、安防监控、自动驾驶和移动机器人等领域，对国防军事和民生科技都具有重要的应用价值^[1]。使用贝叶斯经典理论和卡尔曼滤波（Kalman Filter）理论的目标跟踪问题，学术界已展开深入研究，并在国内外催生出一系列关键的理论指导著作。诸如由 Yaakov Bar-Shalom 团队整理出版的理论典籍《Tracking and data fusion: A handbook of algorithms^[2]》和《Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques^[3]》，算法指导工具书《Estimation with applications to tracking and navigation: theory algorithms and software^[4]》，还有国内潘全教授团队的《多源信息融合理论及应用^[5]》、赵琳教授团队的《非线性系统滤波理论^[6]》等。

1.2.1 目标状态估计滤波器研究现状

目标状态估计问题的经典解法是使用卡尔曼滤波及其改进算法。卡尔曼滤波将维纳滤波进行推广，成为了在线性系统下的系统状态的估计器^[7]。随着时间和相关理论的发展，人们逐渐认识到世界的本质是非线性的，大部分线性模型仅是对实际模型的近似，卡尔曼滤波是线性高斯问题下的最优解决方法，意味着它并不能直接用于解决实际应用中的非线性问题。所以人们对非线性环境下的目标状态估计问题探索出了多种道路，一种是非线性延拓的卡尔曼滤波，最典型的就是扩展卡尔曼滤波 EKF (Extended Kalman Filter^[8])，使用非线性函数的一阶 Taylor 展开将非线性函数近似为线性函数，来求解状态的协方差矩阵，后来也有使用采样的无迹卡尔曼滤波 UKF (Unscented Kalman Filter^[9]) 算法和容积卡尔曼滤波 CKF (Cubature Kalman Filter^[10]) 算法。第二种是直接使用蒙特卡洛来拟合系统状态的后验概率，即粒子滤波 (Particle Filter^[11])。第三种是使用多模态分配多个卡尔曼滤波的权重进行拟合复杂环境下的系统状态，这种动态变化的卡尔曼滤波算法最典型的也是应用最广泛的就是交互多模型 (Interactive Multiple Model, IMM^[12]) 算法，它能够把复杂的非线性动力学系统拆分成 CV+CA、CV+CA+CT 等组合动力模型^[13]，也是目前多雷达目标状态估计中最适用的基准算法。在 2014 年以后，由于硬件算力的大幅度提升，研究者得以使用更加复杂的动态卡尔曼滤波算法，如能够自适应调整滤波器参数的动态自适应容积卡尔曼滤波算法^[14]，使用隐式马尔科夫链感知不确定性的不确定性感知卡尔曼滤波等^[15]。也有借助深度神经网络的特征提取能力进行预测的协同滤波器 (Collaborative Filter)，其中有 CFNet^[16]，KalmanNet^[17]等。虽然卡尔曼滤波迄今已 60 余载，但其仍是目标状态估计问题的核心解决方案。

1.2.2 扩展目标状态估计研究现状

在第 1.2.1 节的介绍中，目标跟踪问题通常假设目标是点目标。在点目标状态估计情况下，目标在一个时刻最多产生一个量测点，忽略目标的形态等扩展特征，如目标的大小、形状和朝向等。随着传感器分辨率的提高，目标可能占据传感器的一大块感受野，故传感器会给出对同一目标的多个量测点。如果仍然使用点目标模型，会导致传感器丢失大量信息，破坏跟踪的准确性。由此，同时考虑目标运动状态和目标形态学特征的扩展目标状态估计收到学术界的广泛关注。

扩展目标的数学建模主要分为两种类型，第一种是星凸 (Star Convex) 模型。如 Baum 等人使用随机超曲面模型对星凸形扩展目标进行建模^[18]，描述目标的轮廓，并

使用非线性卡尔曼滤波或粒子滤波估计目标的状态^[19]。进一步的, Akbari 等人利用高斯过程模型^[20], 添加缩放因子对两个维度进行建模, 进而能够在形态学乘性噪声的扩展目标状态估计算法取得更精确的建模。第二种是随机矩阵 (Random Matrix) 模型, 其模型在 2008 年由 Koch 首次提出^[21], 能够将扩展目标建模成椭圆状态, 建立了同时跟踪目标的运动和扩展状态的随机矩阵扩展目标跟踪算法。该算法把扩展状态用正定的随机矩阵描述, 并假设其服从逆威沙特 (Inverse-Wishart, IW) 分布通过非线性滤波器进行估计。考虑到真实世界的噪声模型, Feldmann 等人提出一种改进算法^[22], 定义了一个调节参数来描述观测噪声对扩展目标的扩展状态的影响。更进一步的, Lan 等人直接引入一个参数矩阵来修正扩展状态, 描述目标在运动过程中的大小变化和旋转特性。近几年来, 随着传感器网络的发展和芯片算力的提升, 将运动状态和扩展状态分布式进行跟踪的算法得到了长足的发展, 如 Li 等人提出的基于随机矩阵模型的分布式扩展目标状态估计 DRM (Distributed Random Matrix Extended Target Tracking) 算法^[23]。该算法使用 KLA (Kullback-Leibler Average) 平均来融合来自邻居节点 (视为点目标) 的数据, 进而得到扩展状态的解。蒋婉月团队根据星凸模型和乘性噪声模型提出了一种分布式扩展目标状态估计算法^[24], 该算法通过每次迭代更新邻居节点的中间估计值, 且并行使用聚类 and 组合策略来估计目标的扩展状态, 在分布式环境下取得了比较高的计算效率和适应性。然而, 该算法只考虑了单一运动状态, 难以描述目标处于高机动时的运动状态, 这会弱化对扩展状态的估计。

从扩展目标状态估计的另一个角度看, 激光雷达与 4D 毫米波雷达传感器的发展使得扩展目标的点云轮廓特征与传统雷达不同。这种差异会导致目标点云不再符合基于传统雷达设计的系统模型。研究者通常将这种具有轮廓特征的传感器量测称为轮廓量测 (Contour Measurement)。在探索基于轮廓量测的扩展目标状态估计算法时, 研究者可以方便地将椭圆量测的参数引入到矩形量测中, 因为它们在状态空间的参数维度相同。早期的相关算法思路是利用期望最大化优化方法和随机聚类方法来学习和估计扩展目标的长度、宽度和方向^[25], 并将学习到的条件高斯混合模型应用于跟踪模块进行估计。例如, 夏宇轩博士及其团队提出了一种分层截断高斯量测模型^[26], 使模型更加符合现实世界的量测。通常, 这种学习方法需要大量数据来习得目标的量测模型。另一种方案是对随机矩阵方法生成的扩展目标中心进行调整, 生成多个虚拟量测 (Virtual Measurement Model, VMM)^[27], 然后与设定的模型进行比较。这样不仅能跟踪扩展目标, 还便于对目标进行分类。在最近的研究中, Hoher 及其团队将二维 VMM 扩展到三维场景^[28], 并引入 Chamfer 距离进一步区分不同目标的点云

形态,从而获得了更佳的跟踪结果。然而,以上学习方法和生成式方法的主要局限在于数据量以及量测的准确性和完整性。激光雷达通常只能探测到目标的两个反射面,这种现象被称为 L-Shape 现象。为了应对 L-Shape 现象,Zhao 及其团队通过检测移动车辆的角点来估计车辆的扩展目标形态^[29],并基于多权重 Rao-Blackwellized 粒子滤波构建了整个扩展目标跟踪算法。Zhang 团队将 L-Shape 拟合建模为优化问题^[30],分别设计了距离、角度和缩放三类指标来寻找最优解。Yang 和 Bar-shalom 采用顺序统计量^[31],利用激光雷达的扫描信息从目标点云中估计每个矩形边界的质心,进而得到整个扩展目标。上述方法均针对激光雷达的轮廓量测特性进行处理,但其未考虑到在真实场景下由于传感器自身摆放位置和角度、时空同步状况等影响下对扩展目标状态估计的影响。

1.3 无线传感器网络技术研究现状

无线传感器网络 (Wireless Sensor Network) 作为将无线通信技术和传感器系统集成化而产生的新数据处理模式^[32],其典型架构是在网络通畅的环境下部署大量传感器,每个传感器可以进行独立观测并且通过网络节点和路由器自由地传播信息,从而使系统获取到不同位置的量测数据展开精细分析工作。追溯无线传感器网络的概念起源,1994 年,S.S. Lyengar 在对传感器交互结构的研究中首次提出该理念^[33],随后在 1998 年被美国国防部列为重要课题。由此无线传感器网络正式成为在军事上的重要研究领域,并设立了自然科学基金去支持无线传感器网络的相关理论研究^[34]。同样,在欧洲和日本的相关研究计划也提上日程,比如欧盟的 EYES 计划和日本 SEWING 系统等^[35]。此后,无线传感器领域从军用逐渐转向民用,在农业^[36],医疗保健^[37],智能交通^[38]等多个领域实现了深入发展。

对于无线传感器网络而言,本项研究主要使用无线传感器网络的基本结构进行系统建模。传感器之间的通信基本可以分为两个基本类型:第一类叫做互补跟踪 (Complementary Tracking),意思是所有的传感器都共享一个感受野 (Field of View),这样会使得所有的传感器的量测都能反映出一个目标的同一时刻下的状态。第二类叫做接力跟踪 (Relay Tracking),该模式是指传感器的感受野不存在交集,即每个传感器的量测反应的是不同目标,或者是同一目标在不同时刻下的状态^[39]。这两个基本类型对应着不同的轨迹融合机制。但是往往在现实无人系统的跟踪任务中,传感器网络通常处于这两种状态的混合模式,即会随着环境变化而变化,最典型的例子就是车辆行驶在障碍物较多的路段,此时传感器的感受野时而重叠时而不重叠,导致跟踪任务

的复杂性显著增加。

1.4 轨迹融合相关技术研究现状

在当代目标跟踪应用中，往往需要借助信息融合结合多传感器感知系统的信息，生成融合轨迹，这个过程叫轨迹融合 (Track Fusion^[40])。轨迹融合主要呈现两种形态：目标级信息融合 (Target Level Fusion) 和观测层信息融合 (Point Level Fusion^[41])。这两种模式^①都利用各种传感器的互补信息来弥补单个传感器的不足，进而产生具有更高估计精度和或更丰富信息模式的融合轨迹^[43]。其中，观测层融合方法需要将所有局部传感器产生的状态观测传输到融合中心，形成集中目标轨迹^[44]。相比之下，目标级融合方法仅对来自分布式局部传感器产生的状态估计进行处理，这在很大程度上降低了通信需求。不仅如此，每个本地跟踪器可以保持其自身的系统架构。在众多自主无人系统中，由于传感器感受野、系统带宽限制和简单的系统架构，目标级融合方法与分布式传感器网络相配合更受青睐^[45]。本文的主要研究内容是以目标级轨迹融合为基本框架，研究新目标模型和新轨迹融合算法在该框架下的性能和应用前景。

在早期目标级轨迹融合的研究中，由于主要聚焦于航天飞行器，因此也被称作航迹融合，航迹跟踪任务主要分为两个步骤，首先是传感器接收到数据之后，要将量测关联到已经记录或者新生成的航迹中，这一步叫航迹关联 (Track-to-Track Association)。在完成航迹关联之后，系统将对多个传感器对同一目标的量测和预测进行信息融合，以生成更精确的轨迹，该步骤叫航迹-航迹融合 (Track-to-Track Fusion^[41])。这两个问题前者在多传感器感知系统下更为复杂，目前已成为多传感器目标级轨迹融合的主要难点。接下来将从轨迹数据关联问题与目标级融合问题详细阐述国内外研究现状。

1.4.1 目标级轨迹数据关联研究现状

航迹关联问题在数学上可以表述为多维指派问题，如果维数超过 3，即传感器数量超过 3 时，此问题可归为 NP-Hard 问题^[46]。在该问题中，如果我们能确定某一时刻传感器的量测属于某个目标，那么系统就能使用卡尔曼滤波或者交互多模型去得到更好的轨迹估计。从航迹关联的发展来看，首先是根据单帧方法的最近邻 (Nearest Neighbor) 方法和全局最近邻 GNN (Global Nearest Neighbor) 方法，这种方法使用欧氏距离 (Euclidean Distance) 度量来比较新量测和历史轨迹的差，并跟设定的阈值进行比较来判断是否属于同一个目标，最近邻指的是系统总是优先分配与新测量最近的那

① 目标级信息融合又称点迹信息融合 (航空应用) 和后融合 (车载智驾应用)；观测层信息融合又称航迹信息融合 (航空应用) 或前融合 (车载智驾应用)^[42]。

个轨迹, 这样能够保证局部的最优性, 但是往往会存在轨迹丢失, 非全局最优的缺点。在这个办法的启发下, 基于概率度量的关联算法, 使用概率密度函数去衡量数据之间的距离的方法称为联合概率密度关联算法 (Joint Probabilistic Data Association^[47]), 这种办法通过计算每个量测到不同航迹的联合概率密度来进行度量, 能够方便地和卡尔曼滤波结合使用。多帧方法是指用传感器在一段时间内的多个量测, 以此来衡量这些量测是否属于同一个目标, 其中最成功的算法就是多假设跟踪 (Multiple Hypothesis Tracking) 算法^[48]。该算法把每个量测属于不同目标的可能性做树形假设并计算其概率, 再通过聚类 (Clustering), 组合 (Combining), 剪枝 (Pruning) 等操作后留下一组被认可的假设。这类办法往往需要与单帧方法 GNN 或 JPDA 相结合, 因而会产生非常大的计算量, 但是由于其能够适用与异构传感器或者多类别的目标状态估计算法比如 IMM, 其改进算法也常用于无人系统的目标状态估计算法中^[49]。另外也有基于统计学随机有限集 (Random Finite Set) 思想来监控数据关联过程中目标的生成和消亡, 在 Mahler 提出引入到数据关联问题中来以后^[50], 诞生了概率假设密度 (Probability Hypothesis Density) 等算法^[51], 但是由于其基于矩近似和泊松伯努利假设, 会在不满足假设条件时性能大幅恶化^[52]。

1.4.2 目标级轨迹融合研究现状

目标级轨迹融合问题源远流长, 其关键要点是衡量轨迹之间的不确定性 (Uncertainty), 其中, 协方差交叉算法 (Covariance Intersection) 作为最经典且至今仍在广泛应用的算法^[8], 通过取交集确定不确定性椭圆来补偿和统一目标相关联的量测之间的不确定性。同样, 使用信息矩阵代替协方差矩阵的改进算法协方差信息交叉矩阵滤波 (Covariance Intersection Information Filter) 算法能提供在多传感器目标级轨迹融合情境下更精确的结果^[53]。在 2013 年, 把协方差矩阵进行正交分解的分裂协方差交叉滤波器 (Split Covariance Intersection Filter, SCIF) 被提出^[54], 这种办法将协方差矩阵进行正交分解, 划分成独立和相关两个子阵, 能够在无人系统, 尤其是契合车辆运动模型的目标级轨迹融合领域中有效提高应用效果。

然而对于多传感器感知系统跟踪高机动的目标 (比如行人, 车辆等) 传统的基于协方差交叉的目标级轨迹融合办法可能面临重大困难。这些困难主要体现在:

- 高机动目标可能导致局部轨迹模型不匹配, 从而导致融合轨迹的可信度大打折扣。
- 局部传感器不同步现象会导致轨迹不完整, 丢失或中断问题, 从而不能顺利进行目标级轨迹融合。

- 每个传感器可能随时处于互补跟踪和接力跟踪两个模式中，进而可能导致与其他传感器的协方差矩阵没有交集，给目标级轨迹融合带来困难。

不同于基于协方差交叉的方法，本文拟引入信号处理中处理动态共识问题作为目标级轨迹融合的潜在解决方案。一般来说，动态共识协议旨在使局部信号与全局信号一致^[55]。在无线传感器网络领域中，2006年Freeman团队提出了一个为动态共识协议量身定制的无线传感器网络模型，该模型是动态共识协议在无线传感器网络领域的首次应用^[56]。但困难是，对于大多数动态共识协议而言，不连续的导数常常会破坏迭代过程的收敛性和稳定性。使用高阶动态共识策略可以缓解这些不连续性，但代价是增加了通信需求^[57]。在无线传感器网络系统中，一种鲁棒的动态一致性方法是高阶鲁棒动态一致性协议（Robust Exact Dynamic Consensus of High Order）被提出^[58]，它处理的是系统观测器参数动态变化的优化模型，使其能够有效应对局部传感器的异步、数据丢失问题。尽管协方差交叉方法在多传感器目标级轨迹融合中有着显著进展，动态共识协议在信号处理领域展现了潜力，但上述方法在航迹融合上仍存在高通信需求，无法处理局部传感器数据丢失从而影响整个目标级轨迹融合过程。

1.4.2.1 小结

综上所述，随着研究的深入，目标状态估计算法已由早期的单估计滤波器算法演变到多传感器目标级轨迹融合算法；从点目标状态估计发展到基于不同异构传感器的扩展目标状态估计算法。目标状态估计算法已经从以卡尔曼滤波为基本框架的滤波模型，演变到与位置里程计、无线传感器网络、甚至神经网络等领域交叉的多传感器目标跟踪系统，不断提高在无人系统真实应用场景中预测目标位置与行为的能力。若能将多传感器目标级轨迹融合技术与激光雷达的测量特性相结合，目标跟踪系统的精确性、鲁棒性将进一步提升。

1.5 本文的主要贡献与结构安排

根据上述对目标状态估计问题与目标级轨迹融合技术的概述，目前目标状态估计滤波器、目标级轨迹融合、传感器网络技术已经建立了一定的理论框架，为本文的后续研究提供了重要的理论基础。由于当代激光雷达传感器的广泛应用，要求目标跟踪系统能够揭示多传感器感知系统之间的观测规律，即探究激光雷达的测量特性进而提升跟踪预测的精准性、鲁棒性与实时性。本文在该背景下应运而生，主要的研究成果与贡献如图1.1所示，各章的结构安排如下：

第一章主要阐述了多目标状态估计问题的研究背景与研究意义，详述了多目标

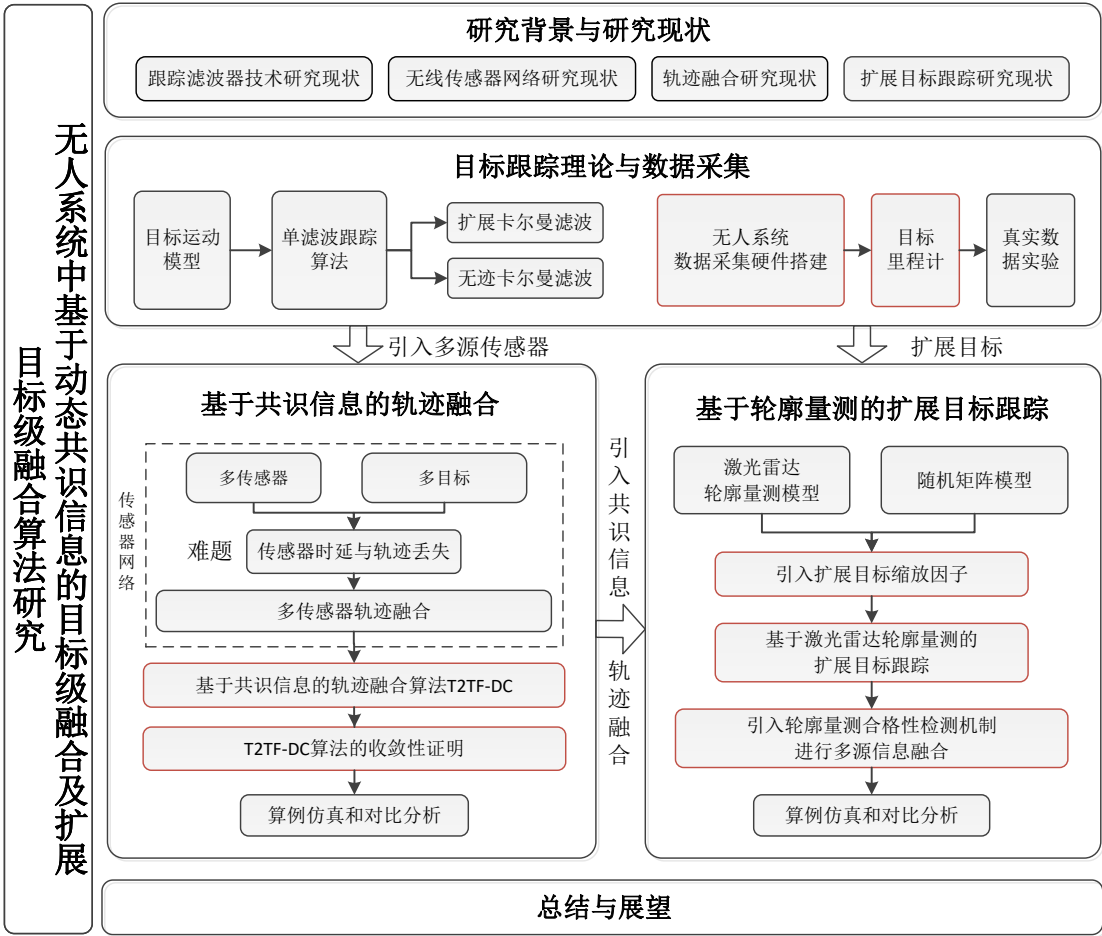


图 1.1 全文的内容安排
Figure 1.1 Thesis outline

状态估计基本问题的框架与发展历史，并详细针对本文主要研究的目标级轨迹融合问题、扩展目标状态估计问题进行国内外研究综述。同时对本文研究中涉及到了跨领域的无线传感器网络进行简要概述与补充。

第二章主要介绍了目标状态估计的基本理论体系框架，并构建了现代的多目标跟踪系统处理软硬件体系。具体的，构建了目标的运动数学模型，介绍了基于卡尔曼滤波及其改进方法的单目标状态估计滤波理论。为将目标理论应用到实际的无人系统，本章设计了目标跟踪数据集采集系统的软硬件，提出了无人系统多目标跟踪系统的处理流程。并通过实验分析了将单目标状态估计算法应用于真实数据上的客观困难，为后续研究提供了工程锚点与思路。

第三章基于信息融合思想实现目标级轨迹融合。围绕多传感器由于异步、失准

情况弱化跟踪性能的问题，跳出传统根据协方差交叉的目标级轨迹融合框架，建立了基于动态共识信息的目标级轨迹融合算法（T2TF-DC）。详细而言，建立了多传感器的网络架构，引入动态共识机制将传感器的目标估计分解成共识信息与共识误差，并通过迭代优化方法使其分别收敛。本章不仅利用李雅普诺夫稳定性判据证明了所提出方法能够在给定参数条件下收敛，还设计了目标级轨迹融合对比实验与灵敏度实验分析 T2TF-DC 的性能。

第四章围绕激光雷达的测量特性，开展了针对轮廓量测的扩展目标级轨迹融合算法改进。介绍了基于随机矩阵方法的轮廓量测扩展目标状态估计算法，并建立了多传感器信息融合框架。针对实验中由于传感器位置不佳而导致轮廓量测退化现象，本章提出引入轮廓量测合格性校验的扩展目标融合跟踪系统（ContourRM-T2TF-DC）。最后通过对比试验、消融实验与灵敏度实验分析该系统的性能与轮廓量测合格性校验模块对目标跟踪性能的影响。

第五章总结了本文的主要工作，并对后续的研究内容进行了展望。

第2章 目标状态估计理论与多目标跟踪系统的工程应用

2.1 引言

本章将着重介绍基于卡尔曼滤波和贝叶斯分析的目标状态估计理论，并在现实世界中设计并搭建目标跟踪数据采集与处理系统。详细而言，本章将介绍卡尔曼滤波在目标跟踪领域的基本应用，及其改进算法扩展卡尔曼滤波与无迹卡尔曼滤波。本章还将提出一种基于概率密度数据关联与无迹卡尔曼滤波结合的多目标状态估计系统流程。本章设计并搭建现实世界目标跟踪数据采集与处理系统，旨在建立真实世界数据集，分析在目标跟踪系统的实际应用上的难点问题，以供接下来的章节重点探讨。

2.2 目标状态估计理论

本小节主要介绍目标状态估计滤波器的状态空间模型和基于卡尔曼滤波及其改进算法的目标状态估计理论，旨在为后续的真实世界目标状态估计任务的处理、多传感器扩展目标级轨迹融合任务奠定坚实的理论基础。

2.2.1 系统动态模型

在目标状态估计研究领域，系统通常表达为在笛卡尔坐标系下的状态空间表达式。系统的运动模型（也叫动态模型）随着目标的运动特点而基本分为三种模型：近匀速模型（Nearly Constant Velocity, NCV）、近匀加速模型（Nearly Constant Acceleration, NCA）和近匀转弯模型（Nearly Constant Turn, NCT）。

2.2.1.1 近匀速模型（NCV）

若目标在笛卡尔坐标系中保持恒定的速度运动，过程噪声用于补偿速度的微小变化。该模型适用于巡航的飞行器与匀速行驶的无人系统等场景。

令状态变量为 $\mathbf{x}_k = [x, y, \dot{x}, \dot{y}]'$ ，则离散时间的状态空间转移表达式可表示为：

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_{\text{NCV}}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}_k\mathbf{w}_k \quad (2-1)$$

其中 $\mathbf{\Gamma}_k$ 为过程噪声演化矩阵，状态转移矩阵 $\mathbf{F}_{\text{NCV}}$ 为：

$$\mathbf{F}_{\text{NCV}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

令 $\mathbf{w}_k \triangleq [w_x, w_y]$, 可按目标的匀速运动模型导出,

$$\begin{cases} x_{k+1} = \dot{x}_k T + x_k \\ y_{k+1} = \dot{y}_k T + y_k \end{cases} \quad (2-3)$$

按此模型, 噪声对目标坐标与速度的影响均来自于加速度, 可得目标噪声演化矩阵 $\mathbf{\Gamma}_k$:

$$\mathbf{\Gamma}_k = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

代入式 (2-1) 可得

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \dot{x}_{k+1} \\ \dot{y}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

过程噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q}_{\text{NCV}}$ 通常通过 $\mathbf{Q}_{\text{NCV}} = \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{Q}_c \mathbf{\Gamma}_k'$ 得到, 其中 $\mathbf{Q}_c \triangleq \sigma_a^2 \mathbf{I}_2$ 为连续过程噪声强度矩阵, 由此噪声协方差矩阵为:

$$\mathbf{Q}_{\text{NCV}} = \sigma_a^2 \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} & 0 & \frac{T^3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T^4}{4} & 0 & \frac{T^3}{2} \\ \frac{T^3}{2} & 0 & T^2 & 0 \\ 0 & \frac{T^3}{2} & 0 & T^2 \end{bmatrix}. \quad (2-6)$$

2.2.1.2 近匀加速模型 (NCA)

若目标的运动过程中加速度几乎保持不变 (假设目标的加速度保持近似恒定), 该运动模型适用于在加速或减速截断的无人系统。令状态向量为 $\mathbf{x} = [x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}]'$, 类似的, 根据物理运动模型:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + \dot{x}_k T + \frac{1}{2} \ddot{x}_k T^2 \\ y_{k+1} = y_k + \dot{y}_k T + \frac{1}{2} \ddot{y}_k T^2 \end{cases} \quad (2-7)$$

得到目标的状态转移方程 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_{\text{NCA}} \mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{w}_k$, 目标的转移矩阵 $\mathbf{F}_{\text{NCA}}$:

$$\mathbf{F}_{\text{NCA}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 & \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T & 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

在此模型下，过程噪声的来源仍建模为加速度噪声，即 $\mathbf{Q}_c$ 保持不变，过程演化噪声矩阵为：

$$\mathbf{\Gamma}_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ T & 0 \\ 0 & T \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

将式 (2-8)-2-9代入式 (2-7) 得到

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \dot{x}_{k+1} \\ \dot{y}_{k+1} \\ \ddot{x}_{k+1} \\ \ddot{y}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 & \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T & 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \\ \ddot{x}_k \\ \ddot{y}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ T & 0 \\ 0 & T \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \end{bmatrix}. \quad (2-10)$$

其中过程噪声协方差矩阵为

$$\mathbf{Q}_{\text{NCA}} = \sigma_a^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T^4 & 0 & \frac{1}{2}T^3 & 0 & \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}T^4 & 0 & \frac{1}{2}T^3 & 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ \frac{1}{2}T^3 & 0 & T^2 & 0 & T & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^3 & 0 & T^2 & 0 & T \\ \frac{1}{2}T^2 & 0 & T & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 & 0 & T & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

2.2.1.3 近匀转弯模型 (NCT)

若目标做匀角速度的运动，即运动过程只改变目标运动的方向，而切向速度保持恒定。该场景广泛应用于飞行器、船舶等具有惯性转弯特征的无人系统中。定义状态向量为 $\mathbf{x} = [x, y, \dot{x}, \dot{y}, \omega]'$ ，其中 ω 为转弯角速度。在该场景下，状态空间表达式 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}_{\text{NCT}}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}_k\mathbf{w}_k$ 的状态转移矩阵呈非线性，

$$\mathbf{f}_{\text{NCT}}(\mathbf{x}_{k+1}) = \begin{bmatrix} x_k + \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} \dot{x}_k - \frac{1 - \cos(\omega_k T)}{\omega_k} \dot{y}_k \\ y_k + \frac{1 - \cos(\omega_k T)}{\omega_k} \dot{x}_k + \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} \dot{y}_k \\ \dot{x}_k \cos(\omega_k T) - \dot{y}_k \sin(\omega_k T) \\ \dot{x}_k \sin(\omega_k T) + \dot{y}_k \cos(\omega_k T) \\ \omega_k \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

其中演化矩阵 $\mathbf{\Gamma}_k$ 为：

$$\mathbf{\Gamma}_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 \cos \omega_k T & -\frac{1}{2}T^2 \sin \omega_k T \\ \frac{1}{2}T^2 \sin \omega_k T & \frac{1}{2}T^2 \cos \omega_k T \\ T \cos \omega_k T & -T \sin \omega_k T \\ T \sin \omega_k T & T \cos \omega_k T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

综合式 (2-12)-2-13 可得,

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \dot{x}_{k+1} \\ \dot{y}_{k+1} \\ \omega_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k + \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} \dot{x}_k - \frac{1-\cos(\omega_k T)}{\omega_k} \dot{y}_k \\ y_k + \frac{1-\cos(\omega_k T)}{\omega_k} \dot{x}_k + \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} \dot{y}_k \\ \dot{x}_k \cos(\omega_k T) - \dot{y}_k \sin(\omega_k T) \\ \dot{x}_k \sin(\omega_k T) + \dot{y}_k \cos(\omega_k T) \\ \omega_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 \cos \omega_k T & -\frac{1}{2}T^2 \sin \omega_k T \\ \frac{1}{2}T^2 \sin \omega_k T & \frac{1}{2}T^2 \cos \omega_k T \\ T \cos \omega_k T & -T \sin \omega_k T \\ T \sin \omega_k T & T \cos \omega_k T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

关于过程噪声协方差, 通常情况下认为目标的位置于速度状态的误差来源于加速度, 而转角速度误差来源于前者独立, 即

$$\mathbf{Q}_{\text{NCT}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_\omega^2 T \end{bmatrix}, \quad (2-15)$$

由 NCV 模型可知, $\mathbf{Q}_a$ 可由 $\mathbf{Q}_{\text{NCV}}$ 于 NCT 模型引入的旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 得到, 即

$$\mathbf{Q}_a = \sigma_a^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T^4 & \frac{1}{2}T^3 \\ \frac{1}{2}T^3 & T^2 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{R} \quad (2-16)$$

$$\mathbf{R} \triangleq \begin{bmatrix} \cos \omega T & -\sin \omega T \\ \sin \omega T & \cos \omega T \end{bmatrix}. \quad (2-17)$$

其中 $\otimes$ 表示 Kronecker 积, 角速度连续过程噪声强度 σ_ω 于 σ_a 相互独立。

2.2.2 线性卡尔曼滤波器

卡尔曼滤波关注线性离散高斯白噪声系统的状态估计器, 建立在隐式马尔科夫模型 (Hidden Markov Model) 上, 其马尔可夫过程整体可分为“估计”和“更新”两个步骤。假设一个离散线性的动态模型带有一个加性的高频白噪声, 系统的状态转移方程为:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k \quad (2-18)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2-19)$$

其中 $\mathbf{u}_k$ 定义为已知的控制输入, 在目标跟踪场景中, 通常没有人为的控制输入, 故在目标跟踪任务中卡尔曼滤波的控制输入项可忽略。过程噪声 $\mathbf{w}_k$ 的协方差矩阵为 $\mathbf{Q}$, 测量噪声 $\mathbf{v}_k$ 的协方差矩阵为 $\mathbf{R}$, 过程噪声与测量噪声相互独立。 $\mathbf{F}, \mathbf{H}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 会随着时间的变化而变化, 故在卡尔曼滤波过程中, 系统的状态和噪声都是变化的。为了表示的方便, 定义 $\mathcal{Z}_k \triangleq \{\mathbf{z}_i, i \leq k\}$ 表示在 k 时刻的量测集合, 定义 $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \triangleq \mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 代表在 k 时刻对 $k+1$ 时刻的状态估计误差 (State Prediction Error)。由此, 得到整个估

计更新过程的 5 个重要公式：

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k|k} \quad (2-20)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{W}_{k+1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \quad (2-21)$$

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}' \mathbf{S}_{k+1}^{-1} \quad (2-22)$$

$$\mathbf{S}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}' + \mathbf{R}_{k+1} \quad (2-23)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k|k} \mathbf{F}_k' + \mathbf{Q}_k \quad (2-24)$$

其中， $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 为估计 $k+1$ 时刻的状态变量； $\mathbf{P}_{k+1|k}$ 为状态估计的方差； $\mathbf{W}_{k+1}$ 为卡尔曼增益 $\mathbf{W}_{k+1}$ ； $\mathbf{S}_{k+1}$ 为测量估计的协方差矩阵 $\mathbf{S}_{k+1}$ 。至此，式 (2-20)-(2-24) 称为卡尔曼滤波的 5 道关键估计更新公式。关于卡尔曼滤波的卡尔曼增益，从广义含义上看，与系统状态估计的方差成正比，也与系统量测的估计成反比。若卡尔曼增益 $\mathbf{W}_{k+1}$ 在迭代过程中变大，代表系统状态的估计变得不准确，系统量测的估计变得准确；反之亦然。从信号处理的概念上来看，一个较大的卡尔曼增益代表系统对量测的相应速度变快，导致在频域空间内展现更宽的滤波带宽。

2.2.3 扩展卡尔曼滤波 (EKF)

在真实世界目标的运动特征常常呈非线性，故在非线性的卡尔曼滤波领域，最经典的就是将非线性状态转移函数进行泰勒展开成一阶子式，将非线性滤波问题转化为线性的卡尔曼滤波，这种方法称为扩展卡尔曼滤波。由于该系统将泰勒展开的高阶次项舍去，因而扩展卡尔曼滤波器是一种次优滤波器。在非线性的滤波领域，目标状态和量测系统的状态空间表达式可为：

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k) \quad (2-25)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k). \quad (2-26)$$

同卡尔曼滤波，在目标跟踪领域内其系统的控制输入 $\mathbf{u}_k$ 可以忽略不计。由此，将非线性状态转移函数 $\mathbf{f}_k$ 对系统状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 展开成泰勒级数：

$$\mathbf{x}_{k+1} \approx \mathbf{f}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{w}_k) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k|k}} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{w}_k} \mathbf{w}_k \quad (2-27)$$

其中, 偏导数 $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k|k}}$ 展开为:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k|k}} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k)}{\partial \mathbf{x}_k} \quad (2-28)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_k^1}{\partial x_k^1} & \frac{\partial f_k^1}{\partial x_k^2} & \cdots & \frac{\partial f_k^1}{\partial x_k^n} \\ \frac{\partial f_k^2}{\partial x_k^1} & \frac{\partial f_k^2}{\partial x_k^2} & \cdots & \frac{\partial f_k^2}{\partial x_k^n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_k^n}{\partial x_k^1} & \frac{\partial f_k^n}{\partial x_k^2} & \cdots & \frac{\partial f_k^n}{\partial x_k^n} \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \\ \mathbf{w}_k = \mathbf{0}}} \quad (2-29)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{w}_k} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k)}{\partial \mathbf{w}_k} \quad (2-30)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_k^1}{\partial w_k^1} & \frac{\partial f_k^1}{\partial w_k^2} & \cdots & \frac{\partial f_k^1}{\partial w_k^n} \\ \frac{\partial f_k^2}{\partial w_k^1} & \frac{\partial f_k^2}{\partial w_k^2} & \cdots & \frac{\partial f_k^2}{\partial w_k^n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_k^n}{\partial w_k^1} & \frac{\partial f_k^n}{\partial w_k^2} & \cdots & \frac{\partial f_k^n}{\partial w_k^n} \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \\ \mathbf{w}_k = \mathbf{0}}} \quad (2-31)$$

其中, 定义 $\mathbf{f}_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k$ 由行向量组成,

$$\mathbf{f}_k \triangleq [f_k^1, f_k^1, \cdots, f_k^n]' \quad (2-32)$$

$$\mathbf{x}_k \triangleq [x_k^1, x_k^1, \cdots, x_k^n]' \quad (2-33)$$

$$\mathbf{w}_k \triangleq [w_k^1, w_k^1, \cdots, w_k^n]' \quad (2-34)$$

为表达的方便, 整理式 (2-29)-2-31, 定义

$$\Phi_{k+1|k} \triangleq \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k|k}}, \quad \Gamma_{k+1|k} \triangleq \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{w}_k}, \quad \mathbf{U}_k \triangleq \mathbf{f}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{w}_k) - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k|k}} \hat{\mathbf{x}}_{k|k} \quad (2-35)$$

于是非线性系统的状态转移函数经过一阶泰勒展开后导出:

$$\mathbf{x}_{k+1} \approx \Phi_{k+1|k} \mathbf{x}_k + \mathbf{U}_k + \Gamma_{k+1|k} \mathbf{w}_k \quad (2-36)$$

类似的, 我们得到系统状态观测函数的泰勒展开式:

$$\mathbf{z}_k \approx \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{v}_k} \mathbf{v}_k \quad (2-37)$$

其中,

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_k^1}{\partial x_k^1} & \frac{\partial h_k^1}{\partial x_k^2} & \cdots & \frac{\partial h_k^1}{\partial x_k^n} \\ \frac{\partial h_k^2}{\partial x_k^1} & \frac{\partial h_k^2}{\partial x_k^2} & \cdots & \frac{\partial h_k^2}{\partial x_k^n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_k^n}{\partial x_k^1} & \frac{\partial h_k^n}{\partial x_k^2} & \cdots & \frac{\partial h_k^n}{\partial x_k^n} \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \\ \mathbf{v}_k = \mathbf{0}}} \quad (2-38)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{v}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_k^1}{\partial v_k^1} & \frac{\partial h_k^1}{\partial v_k^2} & \cdots & \frac{\partial h_k^1}{\partial v_k^n} \\ \frac{\partial h_k^2}{\partial v_k^1} & \frac{\partial h_k^2}{\partial v_k^2} & \cdots & \frac{\partial h_k^2}{\partial v_k^n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_k^n}{\partial v_k^1} & \frac{\partial h_k^n}{\partial v_k^2} & \cdots & \frac{\partial h_k^n}{\partial v_k^n} \end{bmatrix}_{\substack{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \\ \mathbf{v}_k = \mathbf{0}}} \quad (2-39)$$

令线性化后的观测函数和噪声矩阵:

$$\mathbf{H}_k \triangleq \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}}, \quad \mathbf{y}_{k+1|k} \triangleq \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) - \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}, \quad \mathbf{\Lambda}_k \triangleq \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{v}_k} \quad (2-40)$$

导出非线性系统观测函数一阶泰勒线性化之后的量测方程为:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{\Lambda}_k \mathbf{v}_k. \quad (2-41)$$

综合式 (2-36) 和式 (2-41), 代入卡尔曼滤波的 5 个滤波估计与更新公式式 (2-20)、式 (2-21)、式 (2-22)、式 (2-23) 和式 (2-24) 中, 得到:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{\Phi}_{k+1|k} \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{U}_k \quad (2-42)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} = \mathbf{H}_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{y}_{k+1|k} \quad (2-43)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{\Phi}_{k+1|k} \mathbf{P}_{k|k} \mathbf{\Phi}_{k+1|k}' + \mathbf{\Gamma}_{k+1|k} \mathbf{Q}_k \mathbf{\Gamma}_{k+1|k}' \quad (2-44)$$

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}' (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}' + \mathbf{\Lambda}_k \mathbf{R}_{k+1} \mathbf{\Lambda}_k')^{-1} \quad (2-45)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{W}_{k+1} (\mathbf{z}_{k+1} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \quad (2-46)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{W}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1|k} \quad (2-47)$$

$$(2-48)$$

在此扩展卡尔曼滤波过程中, 由于一阶泰勒展开舍弃了系统的高阶信息, 导致目标的运动呈现高动态, 即系统状态估计误差 $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \triangleq \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 较小时, 滤波跟踪结果才较为准确。

2.2.4 无迹卡尔曼滤波 (UKF)

由第2.2.3节中可知, EKF 滤波器舍弃了系统的高阶状态信息, 当目标呈现高度非线性时, 滤波跟踪效果将大大弱化。因此需要在计及计算复杂度和跟踪精度的情况

下尽可能保留系统状态的高阶信息，Julier 等人通过确定性采样策略提出了无迹卡尔曼滤波，通过无迹变换对状态转移函数和系统量测函数进行采样拟合，并通过卡尔曼滤波范式进行估计更新。

无迹变换拥有诸多变换策略，如对称采样、单形采样和比例采样等，UKF 需要根据数据的特点针对性选用采样策略。由于篇幅限制，本小节只讲述运用最广泛的对称采样无迹变换策略，其余的变换方法可参见[6]。对一个非线性函数 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ ，首先需要根据采样策略计算采样点 $\xi_i, i \in \{1, 2, \dots, L\}$ ，并计算采样点对应的权重 w_i 。接着将通过采样得到的 Sigma 点通过非线性函数得到非线性函数采样传播值 $\gamma_i = \mathbf{f}(\xi_i)$ ，由此，将传播值集合代替真实的系统状态向量，得到采样估计的系统状态向量的统计特性：

$$\bar{\mathbf{x}} \approx \sum_{i=0}^L w_i \gamma_i \quad (2-49)$$

$$\mathbf{P} \approx \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^L w_i w_j (\gamma_i - \bar{\mathbf{x}})(\gamma_j - \bar{\mathbf{x}})' \quad (2-50)$$

关于对称采样策略，令 $L = 2n$ ， n 代表系统状态向量维数，故 Sigma 点的个数为 $2n + 1$ ，采样点的计算方法如下：

$$\begin{cases} \xi_0 = \bar{\mathbf{x}} \\ \xi_i = \bar{\mathbf{x}} + (\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{P}_x})_i \\ \xi_{i+n} = \bar{\mathbf{x}} - (\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{P}_x})_i \end{cases} \quad (2-51)$$

权重的计算方法为：

$$w_i = \begin{cases} \kappa / (n + \kappa) & i = 0 \\ 1 / [2(n + \kappa)] & i \neq 0 \end{cases} \quad (2-52)$$

其中 κ 为比例系数，用来调节 Sigma 点和 $\bar{\mathbf{x}}$ 的距离； $(\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{P}_x})_i$ 表示 $\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{P}_x}$ 矩阵的第 i 行。在对称采样中，除了采样中心外，其余的采样点的权重均相同，由此基于对称采样的采样 Sigma 点都是在状态空间中呈中心对称。在完成无迹变换后，考虑非线性伴有加性高斯白噪声的系统，如式 (2-25)，由 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 与 $\mathbf{P}_{k|k}$ 计算 Sigma 点得到 $\xi_{i,k}, i \in \{1, 2, \dots, L\}$ ，通过非线性状态转移函数得到传播值 $\gamma_{i,k+1|k}$ ，进而导出系统状

态估计与状态估计误差协方差,

$$\gamma_{i,k+1|k} = \mathbf{f}_k(\xi_{i,k}) + \mathbf{q}_k \quad (2-53)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^L w_i \gamma_{i,k+1|k} = \sum_{i=0}^L w_i \mathbf{f}_k(\xi_{i,k}) + \mathbf{q}_k \quad (2-54)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^L w_i (\gamma_{i,k+1|k} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})(\gamma_{i,k+1|k} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})' + \mathbf{Q}_k \quad (2-55)$$

其中 $\mathbf{q}_k$ 为系统过程噪声强度。利用采样得到的 Sigma 点通过系统量测方程进行传播, 得到 $\chi_{i,k+1|k}$, 并按照卡尔曼滤波更新公式范式进行更新, 可导出 UKF 的测量估计与测量估计误差协方差: 代入卡尔曼滤波公式中得到更新公式:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{W}_{k+1}(\mathbf{z}_{k+1} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \quad (2-56)$$

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{S}_{k+1|k}^{-1} \quad (2-57)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} - \mathbf{W}_{k+1} \mathbf{S}_{k+1|k} \mathbf{W}_{k+1}' \quad (2-58)$$

2.3 KISS-ICP 里程计算法

在本小节中将介绍 KISS-ICP 激光雷达里程计算法^[59], 激光雷达里程计是无人系统中定位、建图与跟踪领域的核心算法, 里程计算法的核心是通过两个扫描帧之间的点云配准, 从而推算出两个扫描帧之间的相对位置, 进而计算出行驶轨迹。

对于激光雷达里程计问题, 其输入是由激光雷达扫描帧组成的点云集合 $\mathcal{P} = \{\mathbf{p}_i | \mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3\}$, 输出是该时刻对应的无人系统全局位姿 $\mathbf{T}_t \in \text{SE}(3)$, 其中:

$$\text{SE}(3) \triangleq \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}' & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \right\} \quad (2-59)$$

表示三维空间内的欧几里得群, 来紧凑描述三维空间内的刚体位姿, 包含正交旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 与平移向量 $\mathbf{t}$ 。在接下来介绍的 KISS-ICP 算法中, 激光雷达里程计问题的处理方法将分成 4 个部分进行, 分别是运动去畸变, 点云降采样, 自适应参数调整, ICP 点云配准。

2.3.1 运动去畸变

由于本章介绍的激光里程计要求足够精简, 仅借助激光雷达信息实现位姿估计, 故没有使用无人系统中通常使用基于 IMU 传感器的点云去畸变算法。KISS-ICP 使用 NCV 模型来估计当前帧的位姿, 通过上两时刻的位姿 $\mathbf{T}_{k-1} = (\mathbf{R}_{k-1}, \mathbf{t}_{k-1})$ 和 $\mathbf{T}_{k-2} =$

$(R_{k-2}, \mathbf{t}_{k-2})$ ，计算当前时刻的位姿估计：

$$\hat{\mathbf{T}}_{k-1} = \begin{bmatrix} R'_{k-2}R_{k-1} & R'_{k-2}(\mathbf{t}_{k-1} - \mathbf{t}_{k-2}) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2-60)$$

根据 SE(3) 计算 NCV 模型中的速度 v_k 与角速度 ω_k 为

$$v_k = \frac{R'_{k-2}(\mathbf{t}_{k-1} - \mathbf{t}_{k-2})}{t_k} \quad (2-61)$$

$$\omega_k = \frac{\lg(R'_{k-2}R_{k-1})}{t_k} \quad (2-62)$$

其中 t_k 代表激光雷达的扫描间隔，由于激光雷达的扫描帧率通常为 10Hz 或 20Hz，故在帧之间的加速与减速基本可以忽略不计，并且若在帧内的速度产生变化，会与最终通过点云配准得到的估计位姿产生误差，这可以通过后续第2.3.3节中的自适应参数调整，故采用 NCV 模型进行位姿估计是合理的。对于激光雷达单帧点云 $\mathcal{P}$ 中的每个点 $\mathbf{p}_i$ ，其在 k 时刻相对于当前帧第一个点的相对时间记为 $s_i \in [0, t_k]$ 。基于相对时间和计算出的恒定速度，调整单帧内每个点云的位置与当前帧的第一个点相同，得到去畸变后的点云帧 $\hat{\mathcal{P}}$

$$\hat{\mathbf{p}}_i = \exp(s_i \omega_k) \mathbf{p}_i + s_i v_k. \quad (2-63)$$

2.3.2 点云降采样

由于现代无人系统中使用的激光雷达普遍点云数量较为密集，不利于里程计系统对单帧点云进行检索遍历与储存，故通常需要采用降采样策略来对点云的存储进行优化，提升后续里程计算法的收敛速度与鲁棒性。本小节直接将运动去畸变后的单帧 $\mathcal{P}^*$ 拆分成 $l \times l \times l$ 的体素网格。

在实际处理过程中，为了保证 ICP 算法收敛的快速性与全局地图更新的完整性，本降采样策略将使用双重降采样思路。首先通过修改体素尺寸为 αl ， $\alpha \in (0, 1]$ 来生成中间点云帧 $\hat{\mathcal{P}}_{\text{merge}}$ 用于后续的全局地图更新。在第2.3.4节介绍的 ICP 点云配准时，由于较低分辨率的点云能够更快收敛，因此可将体素尺寸进一步降采样，降采样参数调整为 βl ， $\beta \in (1, 2]$ 得到 $\hat{\mathcal{P}}^*$ 此时体素内仅保留一个数据点，该数据点应该选取自离体素中心最近的原始点的坐标。

2.3.3 基于自适应参数调整的局部地图生成

在生成局部地图时，KISS-ICP 采用帧到地图的策略，即将降采样后的点云帧 $\hat{\mathcal{P}}$ 与历史的局部地图对齐，计算增量位姿 $\Delta \mathbf{T}_{\text{icp}}$ 。点云帧的存储方式是通过体素块建立哈希

表,形成三维的体素网格,即在获得位姿估计 $\mathbf{T}_k$ 后,将新扫描到的数据 $\{\mathbf{T}_k \mathbf{p}_i | \mathbf{p}_i \in \hat{\mathcal{P}}^*\}$ 融入历史体素网格中。

然而在 ICP 算法中,采用最近邻方法搜索点云之间的对应关系,关联当前局部点云与历史点云。最近邻方法需要设定固定距离阈值 τ 来剔除外点,然而在 KISS-ICP 中,由于没有外参关系与 IMU 传感器的信息,固定的阈值会导致整个里程计在不同环境不同传感器设置下不够鲁棒,故需要设计一个自适应调整的阈值来进行动态 ICP 匹配方法。首先需要定义当前点云帧与历史点云之间的位姿偏差 $\Delta \mathbf{T}$:

$$\delta(\Delta \mathbf{T}) \triangleq \delta_{\text{rot}}(\Delta \mathbf{R}) + \delta_{\text{trans}}(\Delta \mathbf{T}) \quad (2-64)$$

其中位姿偏差的旋转分量与平移分量分别定义为:

$$\delta_{\text{rot}}(\Delta \mathbf{R}) \triangleq 2r_{\max} \sin\left(\frac{1}{2} \arccos\left(\frac{\text{tr}(\Delta \mathbf{R}) - 1}{2}\right)\right) \quad (2-65)$$

$$\delta_{\text{trans}}(\Delta \mathbf{T}) \triangleq \|\Delta \mathbf{t}\|_2. \quad (2-66)$$

由此,统计每次位姿估计后的位姿偏差,建立高斯分布模型

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{\mathcal{M}_k} \sum_{i \in \mathcal{M}_k} \delta(\Delta \mathbf{T}_i)^2} \quad (2-67)$$

其中 $\mathcal{M}_k \triangleq \{i | i < k \cap \delta(\Delta \mathbf{T}_i) > \delta_{\min}\}$ 筛选出显著的运动偏差时刻。最终阈值设定为 $3 - \sigma$, 即 $\tau_k = 3\sigma_k$ 。该机制通过自适应不同运动场景的数据关联需求,避免了人为引入 ICP 阈值超参数。

2.3.4 ICP 点云配准

KISS-ICP 的点云配准采用传统的点到点匹配的 ICP 算法,其核心优势在于无需依赖数据特征(激光雷达内外参等),从而有效提升系统对不同激光雷达的适应性。在算法2.1中,详述了 ICP 点云配准的具体步骤,首先将降采样后的点云 $\hat{\mathcal{P}}^*$ 从激光雷达坐标系转换至全局坐标系,生成待配准的点云 $\mathcal{S}$ 。后在每次 ICP 迭代中,通过在第2.3.3节中介绍的自适应参数调整的最近邻搜索,得到将待配准的点云与局部地图配对的点云对,记为 $\mathcal{C}(\tau_k)$ 。在每次迭代中更新配准误差:

$$\Delta \mathbf{T}_j = \underset{\mathbf{T}}{\text{argmin}} \sum_{(\mathbf{s}, \mathbf{p}) \in \mathcal{C}(\tau_k)} \rho(\|\mathbf{T}\mathbf{s} - \mathbf{p}\|_2) \quad (2-68)$$

其中 ρ 为 Geman-McClure 核函数,定义为:

$$\rho(e) \triangleq \frac{e^2/2}{\sigma_k/3 + e^2} \quad (2-69)$$

ICP 优化迭代过程将持续直到配准误差满足最优指标 $\gamma = 0.0001$ 。最后累积到的修正量更新最终在时刻 k 下的位姿估计：

$$\mathbf{T}_k = \Delta \mathbf{T}_{\text{ICP}} \mathbf{T}_{k-1} \hat{\mathbf{T}}_k \quad (2-70)$$

其中 $\Delta \mathbf{T}_{\text{ICP}} \triangleq \prod_j \Delta \mathbf{T}_j$ 。至此，一帧点云的里程计处理结束，KISS-ICP 将结果通过消息队列发送至指定端口。

算法 2.1 KISS-ICP 点云配准

Data: $\hat{\mathcal{P}}^*$, τ_k , $\mathbf{T}_{k-1}$, $\hat{\mathbf{T}}_k$, 局部地图 $\mathcal{Q} \triangleq \{\mathbf{q}_i | \mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^3\}$

Result: 更新的全局地图点集 $\mathbf{s}_i$, 全局位姿 $\mathbf{T}_k$

- 1 将局部点云转换到全局坐标系: $\mathcal{S} = \{\mathbf{s}_i = \mathbf{T}_{k-1} \hat{\mathbf{T}}_k \mathbf{p} | \mathbf{p} \in \hat{\mathcal{P}}^*\};$
 - 2 **while** $\|\Delta \mathbf{T}_k\| < \gamma$ **do**
 - 3 待配准的点云对 $C(\tau_k) \leftarrow \text{NearestNeighbor}(\mathcal{Q}, \mathcal{S}, \tau_k);$
 - 4 $\Delta \mathbf{T} \leftarrow \underset{\mathbf{T}}{\text{argmin}} \sum_{(\mathbf{s}, \mathbf{p}) \in C(\tau_k)} \rho(\|\mathbf{T}\mathbf{s} - \mathbf{p}\|_2);$
 - 5 更新待配准的点云: $\mathbf{s}_i \leftarrow \Delta \mathbf{T} \mathbf{s}_i | \mathbf{s}_i \in \mathcal{S};$
 - 6 **end**
 - 7 获得全局位姿: $\mathbf{T}_k \leftarrow \Delta \mathbf{T}_{\text{ICP}} \mathbf{T}_{k-1} \hat{\mathbf{T}}_k$
-

2.4 基于无迹卡尔曼滤波与概率数据关联的多目标跟踪系统

2.4.1 概率密度数据关联滤波器 (PDAF)

概率密度数据关联滤波器最初由 Bar-Shalom 在 2009 年提出^[60]，其在工程实践中常常与卡尔曼滤波相结合管理多目标的点集。

2.4.1.1 验证测量集

在卡尔曼滤波更新步骤前，PDAF 需要维护验证测量集 $\mathbf{Z}_k^l \triangleq \{\mathbf{z}_k^m\}_{m=1}^{N_l}$ ，其中 N_l 为当前的目标的点集数量。无论是何种数据关联算法，都需要构建门函数对测量集进行聚类得到目标点集。令验证门为测量空间内的区域 $\mathcal{V}_k$ ，其范围被设定为大概率包含当前对轨迹对应的真实测量值。一般而言，验证门的几何结构为椭圆，定义为：

$$\mathcal{V}_k(\psi_G) = \{\mathbf{z}_k | (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}'_{k+1|k}) \mathbf{S}_k^{-1} (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}'_{k+1|k})' \leq \psi_G\}, \quad (2-71)$$

该区域以估计测量值 $\hat{\mathbf{z}}_k$ 为中心，对应的卡尔曼滤波新息协方差矩阵为 $\mathbf{S}_{k+1|k}$ 。验证门内所有点的平方马氏距离需小于或等于门限阈值 ψ_G 。验证区域 $\mathcal{V}_k$ 的体积计算方法

如下：

$$\mathcal{V}_k = \mathbf{V}_U(q) = \begin{cases} \frac{\pi^{\frac{q}{2}}}{(\frac{q}{2})!}, & q \text{ 为偶数} \\ \frac{2^{q+1}(\frac{q+1}{2})!\pi^{\frac{q-1}{2}}}{(q+1)!}, & q \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (2-72)$$

其中 q 为测量空间的维度。由此，落在验证门椭圆内的测量集才会进行卡尔曼滤波的更新步骤，记这些点集构成验证测量集 $\mathbf{Z}_k^l$ 。

2.4.1.2 PDAF 更新机制

PDAF 通过加权的方式利用验证测量集 $\mathbf{Z}_k^l$ 进行状态更新。权重由测量与目标的关联概率密度 $p(\theta_k^m | \mathbf{Z}_k^l)$ 确定，其中 θ_k^m 代表测量值 $\mathbf{z}_k^m \in \mathbf{Z}_k^l$ 是源自目标的唯一观测值，其余的均为杂波； θ_k^0 代表验证测量集中没有对目标的测量值。在推导 PDAF 的时候，假设卡尔曼滤波算法已经初始化且验证门内只存在同一目标的测量，其余的测量为杂波。针对杂波的处理，需要建立扩散先验杂波模型。该模型利用轨迹验证门内的测量数量估计杂波密度，假设任意数量的杂波具有相同的概率。基于此，关联概率 $p(\theta_k^m | \mathbf{Z}_k^l)$ 的表达式为：

$$p(\theta_k^m | \mathbf{Z}_k^l) = \begin{cases} \frac{\mathbf{E}_m}{b + \sum_{i=1}^{N_l} \mathbf{E}_i}, & m \in \{1, \dots, N_l\} \\ \frac{b}{b + \sum_{i=1}^{N_l} \mathbf{E}_i}, & m = 0 \end{cases} \quad (2-73)$$

其中：

$$\mathbf{E}_m \triangleq \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{v}_{m,k}' \mathbf{S}_{k+1|k}^{-1} \mathbf{v}_{m,k}\right) \quad (2-74)$$

$$b \triangleq \left(\frac{2\pi}{\psi_G}\right)^{\frac{q}{2}} \frac{N_l(1 - P_D P_G)}{\mathbf{V}_U(q) P_D} \quad (2-75)$$

其中 ψ_G ， $\mathbf{V}_U(q)$ 由式 (2-71) 和式 (2-72) 确定。 P_D 为提前设定的检测概率参数， P_G 为预设的门概率，由 $P_G \triangleq p(\mathbf{z}_k \in \mathcal{V}_k(\psi_G))$ 和 q 自由度的逆卡方分布函数确定。在关联概率计算完成后，PDAF 将执行加权状态更新，以供后续的卡尔曼滤波操作。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{W}_k \mathbf{v}_{k+1} \quad (2-76)$$

$$= \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{W}_k \sum_{m=1}^{N_l} p(\theta_k^m | \mathbf{Z}_k^l) (\mathbf{z}_k^m - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}). \quad (2-77)$$

2.4.2 算法流程

在本章中,基于概率密度数据关联滤波器将与无迹卡尔曼滤波相结合,提出 PDA-UKF 框架建立多目标跟踪系统。具体的流程如算法2.2所示。

算法 2.2 PDA-UKF 多目标跟踪系统

Data: $\mathbf{Z}_k, \mathbf{x}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}, P_G, P_D, q, \kappa$

Result: $\mathbf{x}_{k+1|k+1}, \mathbf{P}_{k+1|k+1}$

- 1 无迹变换后的状态估计: $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}, \mathbf{P}_{k+1|k}, \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}, \gamma_{k+1|k} \leftarrow$ 式 (2-53)-(2-55);
- 2 计算门限概率与门限椭圆: $\psi_G, \mathbf{V}_k(q) \leftarrow$ 式 (2-71)-(2-72);
- 3 计算关联概率: $p(\theta_k^m | \mathbf{Z}_k) \leftarrow$ 式 (2-73)-(2-75);
- 4 无迹卡尔曼滤波计算新息与卡尔曼增益: $\mathbf{v}_{k+1}, \mathbf{W}_{k+1}, \mathbf{S}_{k+1|k} \leftarrow$ 式 (2-56)-(2-58);
- 5 更新状态估计: $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \leftarrow$ 式 (2-77);

基于算法2.2的内容,在工程实践层面还需要添加目标生成与消亡的机制,其工程实践算法流程图如图2.1所示。系统依靠 ROS 系统的信息交互,通过降采样-目标生成-目标状态估计三个主要过程实现动态目标与静态障碍物的跟踪,最后通过消亡机制维护目标集。系统首先从 ROS 消息中得到点云数据,根据在第2.3节中介绍的点云降采样机制生成不同目标与杂波的测量集 $\mathbf{Z}_k$ 。

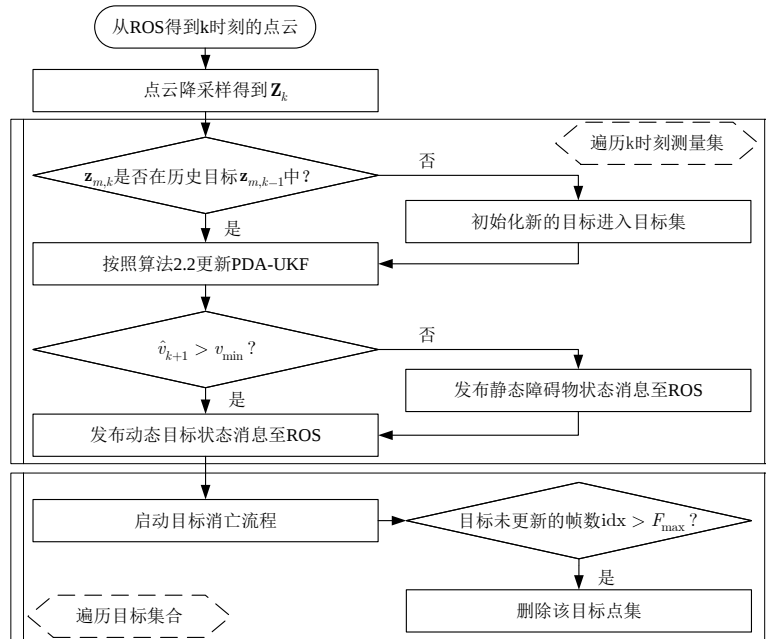


图 2.1 多目标跟踪系统流程图

Figure 2.1 Flowchart of multi-target tracking system

随后遍历整个测量集,通过马氏距离阈值判断当前目标集是否存在于历史目标集中,若没有则初始化该目标。然后将目标集根据算法2.2进行更新得到新的估计值,

若估计值的速度大于预设的速度阈值，则会判定为动态目标输出至 ROS 消息队列中。在遍历完成后，会启动消亡机制，检测历史目标集中超过 $F_{\max}$ 帧没有更新的目标，将其在目标集中删去，维护整个目标集避免数据累积。

2.5 无人系统数据采集设备

为了使用真实世界的汽车轨迹测试各算法的优缺点，本小节将介绍进行数据采集的软硬件设备和数据处理方法。

2.5.1 数据采集硬件

本章节使用的数据来自于实验室参与研发设计的数据采集车，该数据采集车主要由两大部分组成，第一部分是车辆的三电底盘系统及自行设计的多传感器模块。

在车辆的三电底盘拥有成熟的 ECU 等控制器，同时外挂有一台搭载 ROS 系统的无人驾驶控制上位机。此上位机与 ECU 控制器通过 CAN 信号线相连，能够实时发送控制信号进而实现自动驾驶功能。三电底盘可满足数据采集车的各类日常工作，其行驶速度范围为 0~40km/h。底盘内置的电池可为车辆提供近 5 小时的连续行驶时间。

表 2.1 数据采集平台的传感器配置
Table 2.1 Sensor settings of data collection platform

传感器	探测距离	视场角	个数	属性
毫米波雷达	300m	120°	8	4D 毫米波雷达
激光雷达	400m	120°	3	固态激光雷达
摄像头（广角）	100m（广角）	120°（广角）	4	4K 分辨率广角
摄像头（远距）	150m（远距）	60°（远距）	4	4K 分辨率远距

为采集高精度的多传感器感知系统数据，满足从跟踪滤波算法到端到端自动驾驶算法在不同数据量级的需求，数据采集车搭载一系列较为先进的新一代传感器设备。具体有 8 台毫米波雷达、3 台激光雷达、8 台摄像头和高精 GPS 模块，各传感器的参数配置详细可见表 2.1。图 2.2 展示了承载这个庞大传感器组的支架系统。如图 2.2 所示，激光雷达位于支架的顶层，由于其采用的是与传统机械转动式雷达不同的固态激光雷达，本采集系统使用 3 台固态激光雷达的点云拼接成一个完整的点云。在自制支架的底部，本数据采集车配置了一台同样搭载 ROS 系统的高性能数据采集主机用于数据落盘与管理，该数据采集主机具备 12 个千兆以太网口以及 PCI-E 图像采集卡。各项传感器的数据传输接口由以太网口和 PCI-E 进入数据采集主机，数据采集主机的功能目前仅用于大规模采集与存储数据，搭载企业级的固态硬盘阵列，能够以

10GB/s 的带宽采集 1 小时以上的数据。

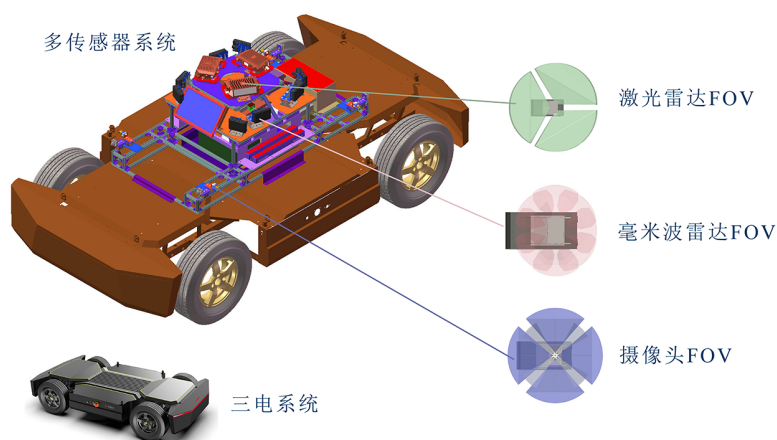


图 2.2 数据采集系统概况
Figure 2.2 Overview of data collection system

2.5.1.1 数据采集软件系统

本章使用的数据均来自上文介绍的无人系统数据采集车，在软件实现上，本采集车采用数据采集主机数据罗盘 + 上位机运动控制的模式，其具体实现模式如图2.3所示。在实际的数据采集过程中，本章提出了一种初步硬同步的完整数据采集流程，保证所获取的多传感器感知系统数据集能够满足多目标跟踪任务的基本需求。在数据采集流程初始化时，系统首先选取激光雷达作为基准坐标系，将毫米波雷达与摄像机的数据拼接成全景点云与全景视频与激光雷达产生的点云配准，生成外参数据并校准各个传感器。在完成初始校准之后采集主机使用初始化的外参与各传感器内置驱动的内参，开启采集端口，并调用多线程给每个传感器分配一个采集线程，确保采集程序不会有线程上的阻塞。随后，在数据采集过程中，实验者可以通过专用控制手柄向上位机发送控制信号控制采集车的运动。同时，在采集过程中，硬同步通过 GPS 传感器向激光雷达发送精确的 PPS (Pulse Per Second) 信号，触发激光雷达的硬同步扫描，保证每次扫描与全球时间同步。其他传感器由于没有直接接受 PPS 信号的接口，使用 GPS 传感器的 PPS 信号校准计算机时间，打上精确的时间戳进行软同步。此设计初步确保了多传感器感知系统在时间维度上的同步。在存储数据时，本系统采用分布式存储策略，按照每个传感器分配到的线程，将各传感器的数据分类写入不同文件夹中，其中摄像头的视频流使用 yuv 格式进行存储；激光雷达与毫米波雷达使用局域网数据包 pcap 文件进行存储；GPS 信息使用 CAN 总线格式进行存储。在数据采集工

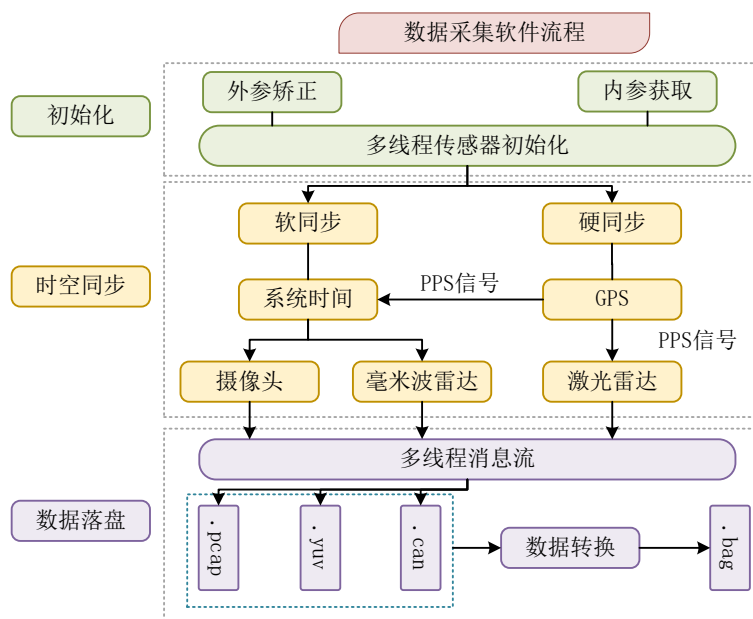


图 2.3 本章实验分析结构图

Figure 2.3 Structure of experiments and analysis

作完成后，可以使用数据格式转换工具将数据集转换成 ROS 系统需要的 bag 文件格式，方便后续的计算处理。

2.6 里程计实验与多目标跟踪实验

本小节介绍使用在第2.5节提出的数据采集系统采集车与软件系统录制的两个真实数据场景的采集过程。利用这两个真实数据场景，使用在第2.3节中介绍的激光雷达里程计系统进行实验，分析该数据集与真实世界数据集的特点；使用在第2.4节中介绍的基于无迹卡尔曼滤波与概率数据关联的多目标跟踪算法进行多目标跟踪实验，分析真实数据下单滤波算法的可行性与性能。

本章节的实验有两个场景：第一个场景是按照本章设计的数据采集车与采集软件系统搭建完成后，在上海某工业园的室外环境中采集的时长约3分钟，长度约200m的多传感器数据集；第二个场景是在学校的批准下在宽阔道路上进行的直线采集场景，时长约3分钟，长度约300m的多传感器数据集。上述两个场景在传感器校准后，初始化完成后进行，天气状况良好，采集的地点与示意的轨迹路径如图2.4所示。



(a) 校外测试场景

(b) 校内场景

图 2.4 两个环境下的真实数据集

Figure 2.4 Realworld dataset in two scenarios

2.6.1 基于真实数据的里程计实验

2.6.1.1 参数设置

根据第2.3节介绍的算法，采用的参数设置如表2.2所示。在两个场景中，算法的参数设置均相同，将数据集上3台激光雷达的点云合并成 360° 的点云，并保存到bag文件中以10Hz的频率运行KISS-ICP激光雷达里程计。

表 2.2 KISS-ICP 参数设置
Table 2.2 Parameters of KISS-ICP

参数	数值
初始自适应阈值 τ_0	2
最小聚类间距 $\delta_{\min}$	0.2
单个体素最大点数 $N_{\max}$	20
地图最大距离 ν	500
体素合并阈值 α	0.5
体素注册点数最小值 β	2
ICP 算法终止条件阈值 γ	10^{-4}

2.6.1.2 结果分析

在运行 KISS-ICP 算法后，将里程计的轨迹与全局地图保存至 bag 文件中，两个场景的全局地图如图2.5所示。可以看到，根据激光雷达里程计产生的位姿估计整体与设计的轨迹相同。由于本数据集暂时缺少 GPS 全球定位信息，只有 GNSS/IMU 传感器的数值，不足以生成精确的数据集，故在里程计分析中被剔除。仅从轨迹的平滑

度上来看, 该里程计算法能够初步绘制本地地图与位姿轨迹。图2.6展现了 KISS-ICP

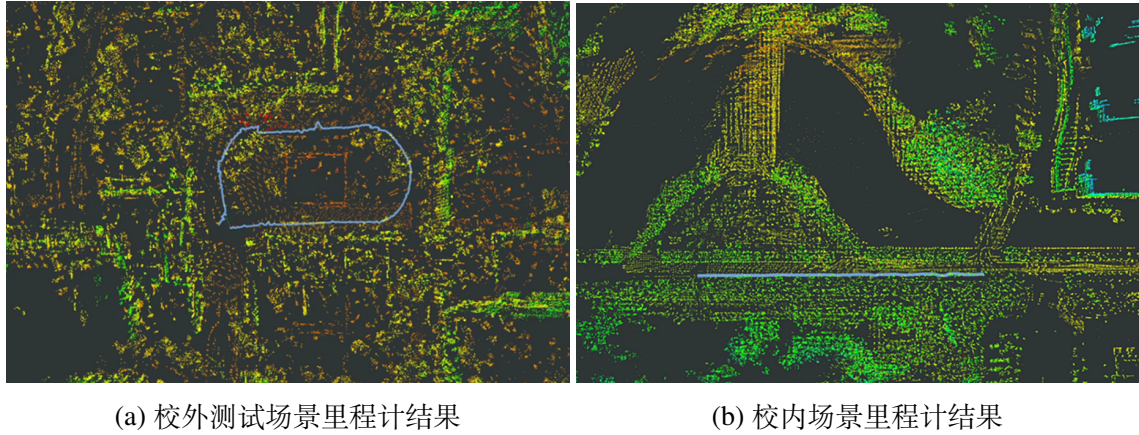


图 2.5 两个环境下的 KISS-ICP 里程计结果

Figure 2.5 KISS-ICP odometry results in two scenarios

各环节中的处理结果图, 从图2.6a与图2.6c可以看出, 通过点云降采样过程的点云明显比原始点云稀疏, 而图2.6e中展现的本地地图说明在本地地图的建立过程中, 没有记录点云中动态目标的体素块, 仅记录下了稀疏的特征体素集合, 展现了 KISS-ICP 的本地地图生成的鲁棒性。通过激光雷达里程计实验, 初步可以看到本章使用的无人系统数据采集车的激光雷达点云较为密集, 因其使用的固态激光雷达, 呈现于传统机械式激光雷达点云不同的三角形地线特征。在传统机械式的激光雷达中, 激光雷达大扫描到平整的地面时, 激光雷达通常呈现换环分布, 如图2.7a, 然而固态激光雷达的点云扫描到地面时呈现直线形的本部 (如图2.7b所示), 这说明使用固态激光雷达的无人系统, 需要针对性的点云降采样和处理策略。

2.6.2 基于仿真数据的多目标跟踪实验

2.6.2.1 参数设置

根据第2.4节中介绍的基于无迹卡尔曼滤波与概率数据关联的多目标跟踪系统在校内环境于校外环境进行多目标跟踪实验, 在这两个测试环境下, 车辆受限于环境的复杂度与安全约束, 数据采集车以 3~10km/h 的低速运行, 得到的跟踪结果选取若干典型场景, 分别分析在典型场景下, 采用单目标状态估计算法的多目标跟踪任务的性能与问题。关于 PDA-UKF 的参数设置, 如表2.3所示

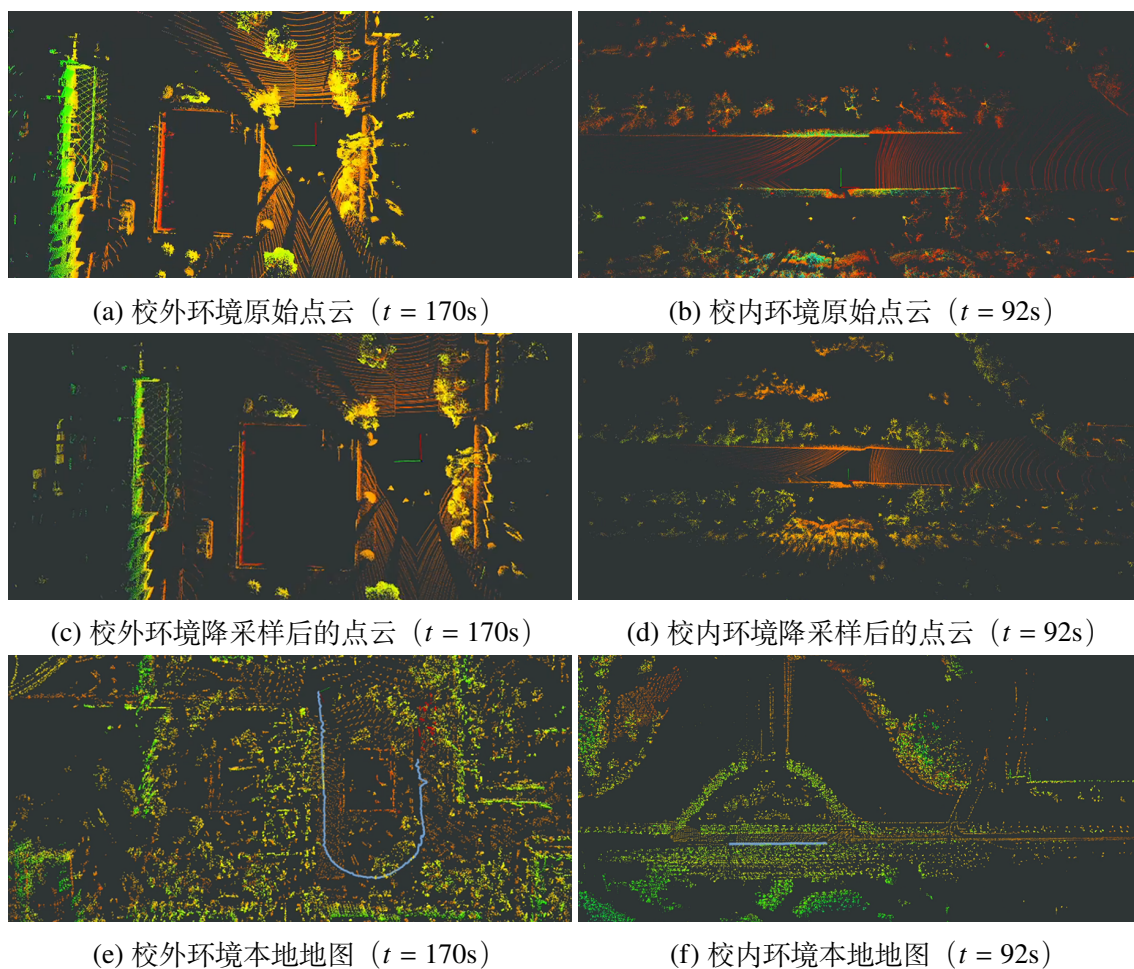


图 2.6 激光雷达里程计各环节示意图

Figure 2.6 Schematics of each part of LiDAR odometry

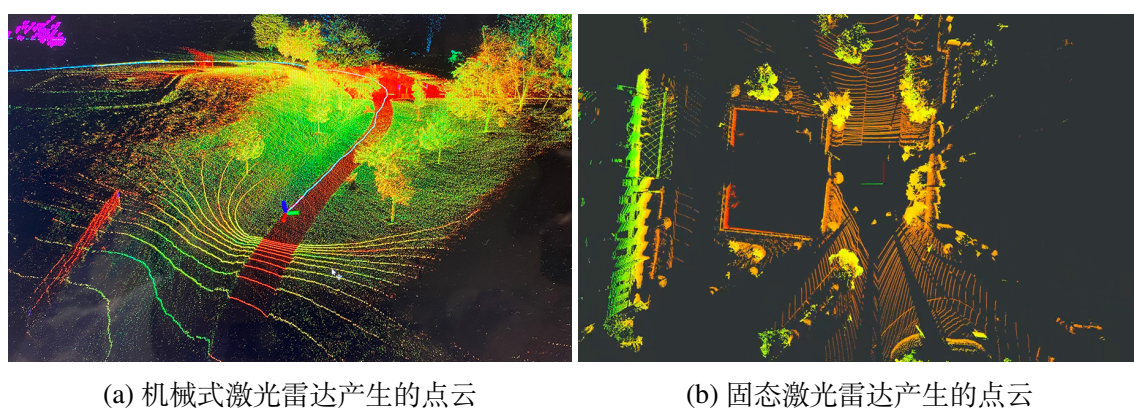


图 2.7 不同类型的激光雷达产生的点云

Figure 2.7 Pointcloud of different kinds of LiDAR

表 2.3 多目标跟踪系统参数设置

Table 2.3 Parameters of multi-target tracking system

参数	数值
门限阈值 ψ_G	9.22
门限检测概率 P_D	0.95
目标最小速度阈值 $v_{\min}$	0.2
最大目标丢失帧数 $F_{\max}$	4

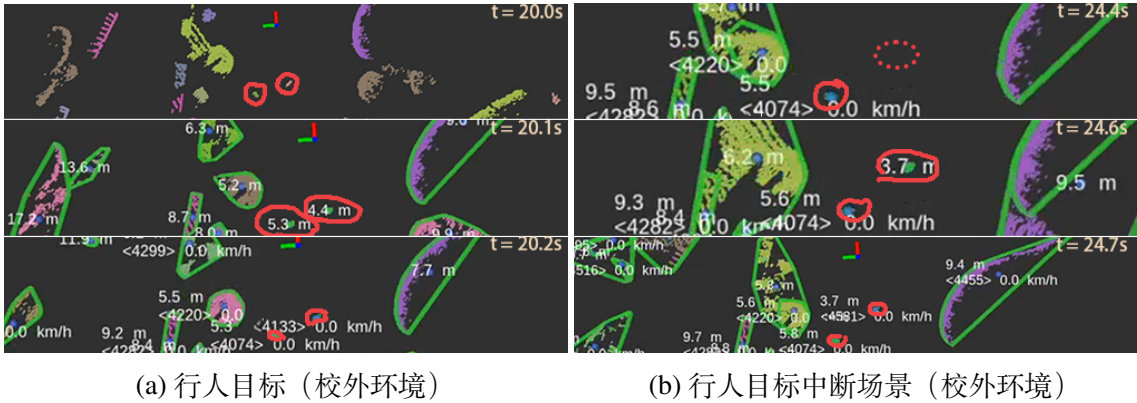


图 2.8 多目标跟踪行人跟踪目标场景

Figure 2.8 Pedestrian scenario of multi-target tracking

2.6.2.2 现象分析

选取校外环境在 $t = 20s$ 的跟踪结果绘制如图2.8所示，在左图中，三张同一位置的不同子图描绘了多目标系统的三个过程：降采样-目标生成-目标状态估计。在该场景中，能够良好生成行人目标并跟踪其运行轨迹，可以看到，每个行人分配了独立的 id。然而在行人目标中断场景中，可以看到在左图中 id = 4133 行人已经丢失，在 $t = 24.4s$ 时，行人步入两台激光雷达的死角中，导致行人目标丢失，导致在点云中无法记录该目标。在 $t = 24.7s$ 时，目标重新回到视野中，目标重新生成，可以看到目标的 id 从 4133 变化成了 4581。这表明多传感器的数据丢失会导致目标丢失，虽然短暂的数据丢失不影响整体的跟踪效果，但是会对目标跟踪系统的连续性产生影响，进而影响多目标跟踪系统的鲁棒性。同样的，在采集系统初始化时，各个激光雷达之间进行了点云配准，得到了外参信息。然而，在实际运行过程中，如图2.9所示，发现随着时间的推移，点云配准会出现失准，导致本应对齐的绿化带（图2.9中紫色区域）会出现断层。这会对目标状态估计中目标状态估计产生误差，弱化目标状态估计的结果。对于激光雷达本质的测量特性而言，如图2.9所示，左图中的汽车目标呈现

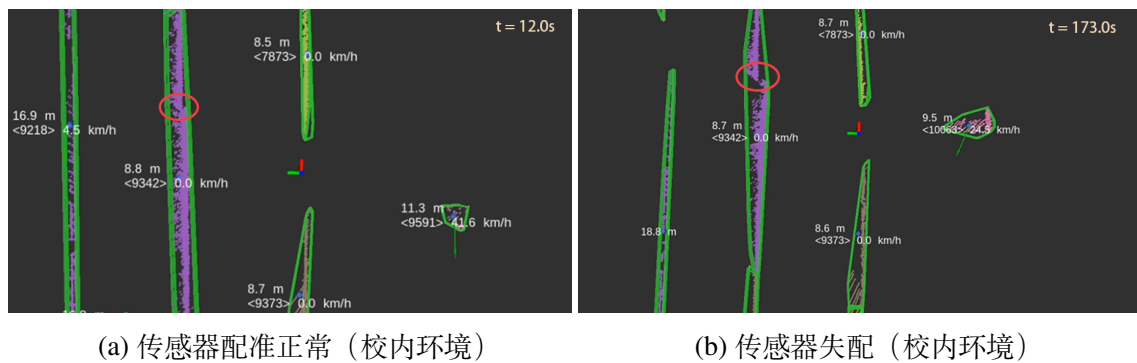


图 2.9 多目标跟踪传感器失配场景

Figure 2.9 Sensor mismatch scenario of multi-target tracking

典型的 L-Shape 特征。在进行多目标跟踪过程中，由于本章使用的多目标跟踪系统的局限性，聚类算法仅能描绘出 L-Shape 的轮廓，导致整个目标的扩展状态成三角形，这种弱化会影响对目标形态的正确估计，从而忽略目标的完整形态。更极端的情况如图 2.10b 所示，在 $t = 173.2s$ 时，由于汽车的 L-Shape 的中段被树木遮挡，导致一部分轨迹的缺失，使得多目标跟踪系统未能将此车辆成功识别跟踪。这说明，激光雷达的 L-Shape 特性会弱化多目标跟踪的性能，甚至在极端情况中，会因为 L-Shape 特性导致目标丢失，导致系统丢失目标，极大影响系统的稳定性和无人系统运行的安全性。

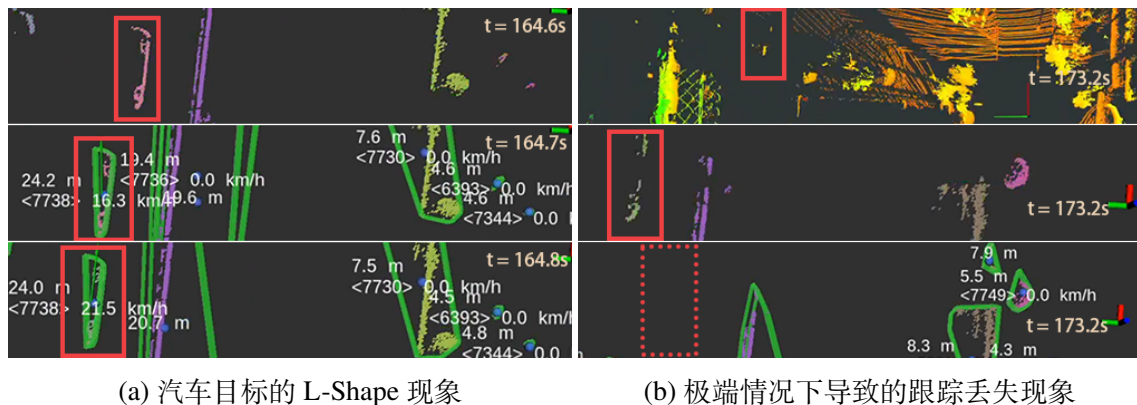


图 2.10 多目标跟踪汽车目标场景

Figure 2.10 Vehicle tracking scenario

2.7 本章总结

本章通过基础理论与工程应用相结合的方法，探究了目标状态估计算法在真实场景中的应用瓶颈。具体贡献如下：

在理论方面，介绍了基于卡尔曼滤波框架的目标状态估计算法理论及其改进算法，介绍了无人系统中针对激光雷达里程计的 KISS-ICP 算法。介绍了基于无迹卡尔曼滤波的概率数据关联的多目标跟踪系统，为后续的真实世界的实验与工程锚定奠定理论基础。

在真实世界数据集的构建上，本章借助无人系统数据采集车，介绍了该设备利用 KISS-ICP 激光雷达里程计建立模拟的目标轨迹数据集的完整数据处理过程。在真实数据采集过程中，发现了真实的激光雷达数据存在传感器同步配准、激光雷达 L-Shape 等特性。该特性将会导致本章介绍的基于无迹卡尔曼滤波的多目标状态估计模型存在局限，定性判断现有的基于卡尔曼滤波的状态估计框架并不适合现代无人系统的激光雷达多目标跟踪任务。

这些发现不仅客观分析了使用单滤波算法建立目标跟踪系统的难点，而且为后续的研究确立了明确的问题导向。第三章通过传感器多源数据融合架构，借助动态共识协议解决了传感器的时延、数据通信连接的敏感性问题。第四章通过针对激光雷达点云的轮廓测量特性针对性提出基于轮廓量测的扩展目标跟踪系统。本章节虽未使用真实数据进行后续的计算验证，但通过定性的分析，为全文的创新点提供了工程化的锚点，为接下来章节的算法拓展提供理论与实践基础。

第3章 基于动态共识信息的目标级轨迹融合

3.1 引言

无人系统在多传感器目标级轨迹融合方面面临着诸多挑战,其中,多传感器感知系统的时空同步和配准问题常常受传感器感受野、探测范围以及系统通信带宽等条件的限制。在诸多无人系统目标跟踪场景中,采用类似于无线传感器网络的分布式网络结构能够有效缓解多传感器感知系统在通信中的传输约束。然而,在目标级轨迹融合(Track Level Fusion)中,应对高机动性目标以及存在时间不同步甚至丢失等问题时,效果不尽如人意。在此类情景下,目标机动容易引发传感器之间丢失配准,导致数据异步乃至丢失,且传感器范围可能出现非重叠现象。这些累计的误差会削弱目标级轨迹融合的准确性,常常导致不确定椭圆出现发散,即关联轨迹在协方差空间中无法相交,导致融合后轨迹失准。

本章节提出了一种轨迹融合的新思路,即采用动态共识信息的目标级轨迹融合(Track-to-Track Fusion with Dynamic Consensus, T2TF-DC),该方案采用动态共识协议。与传统方案不同,该方法突破传统方案对局部轨迹可信度的依赖,转而通过动态共识框架建立分布式传感器的协同融合机制。仿真实验表明,在复杂异步场景下T2TF-DC的性能优于当前先进的目标级轨迹融合方案,说明该方法有效提升了目标级轨迹融合的准确性和鲁棒性,为无人系统的目标级轨迹融合问题提供了一个新的可行思路。

3.2 问题描述

自主无人系统的应用通常涉及到运动学与形态学的复合扩展状态。然而,就本章而言,由于主要目标是将动态共识融入到目标级轨迹融合(T2TF)框架中,因此只聚焦于运动学信息,并有意忽略扩展信息。在不失一般性的情况下,针对一个移动目标考虑如下的状态空间模型。

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \quad (3-1)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (3-2)$$

其中 $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 是非线性函数; $\mathbf{w}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 分别是系统的过程噪声和观测噪声,并且假设他们都服从高斯白噪声分布。

为简化模型构建，本章仅采用近匀转速 NCT 模型结合拓展卡尔曼 EKF 滤波器来实现局部传感器的目标跟踪任务。其他的模型，诸如近匀速 NCV 模型、近匀加速度 NCA 模型，详见第2.2.1节，可以同样用在局部传感器的目标跟踪任务中。

NCT 模型的状态向量包括位置、速度和转角，其在时间 t_k 的定义为

$$\mathbf{x}_k \triangleq [x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k \ \omega_k]^\top \quad (3-3)$$

其系统的状态转移矩阵和观测矩阵可分别导出，

$$f^{\text{NCT}}(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} x_k + T_k \dot{x}_k - T_k^2 \omega_k \dot{y}_k / 2 \\ y_k + T_k \dot{y}_k + T_k^2 \omega_k \dot{x}_k / 2 \\ \dot{x}_k - T_k \omega_k \dot{y}_k - T_k^2 \omega_k^2 \dot{x}_k / 2 \\ \dot{y}_k + T_k \omega_k \dot{x}_k - T_k^2 \omega_k^2 \dot{y}_k / 2 \\ \omega_k \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$h^{\text{NCT}}(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} x_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_k & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

针对传感器时空同步配准失准的数据丢失和异步问题，本章采用离散时不变动态模型去处理系统的过程噪声，噪声的相应协方差矩阵建模为，

$$Q^{\text{NCT}}(k) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{T^3(k)}{2} & \frac{T^2(k)}{2} \\ \frac{T^2(k)}{2} & T(k) \end{bmatrix} q_v \otimes I_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T(k) q_\omega \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

其中，过程噪声强度 q_v 和 q_ω 为过程噪声强度参数谱密度 (Power Spectral Densities)。由此过程噪声引入的均方根采样间隔 T_k 变为，

$$d_c \triangleq \frac{\sqrt{q_c T_k}}{T_k}. \quad (3-7)$$

基于式 (3-2) 所述多传感器多目标跟踪系统状态空间模型，可定义时间 t_k 下的局部传感器集合 $\mathbb{S}$ (传感器个数为 n) 和其得到的轨迹集合 $\mathbb{O}$ (目标个数为 o)，

$$\mathbb{T} \triangleq \{\mathbf{x}_{1:k}^{(i,j)}, i \in \mathbb{S}, j \in \mathbb{O}\}. \quad (3-8)$$

3.3 系统架构

图3.1呈现了 T2TF-DC 方法的详细工作流程架构。在该流程中，每个局部传感器首先对其采集的观测数据进行独立处理，通过扩展卡尔曼滤波 (EKF) 完成局部状态估计。继而，源于各局部传感器的扩展卡尔曼滤波估计结果将通过局域网与邻居传感

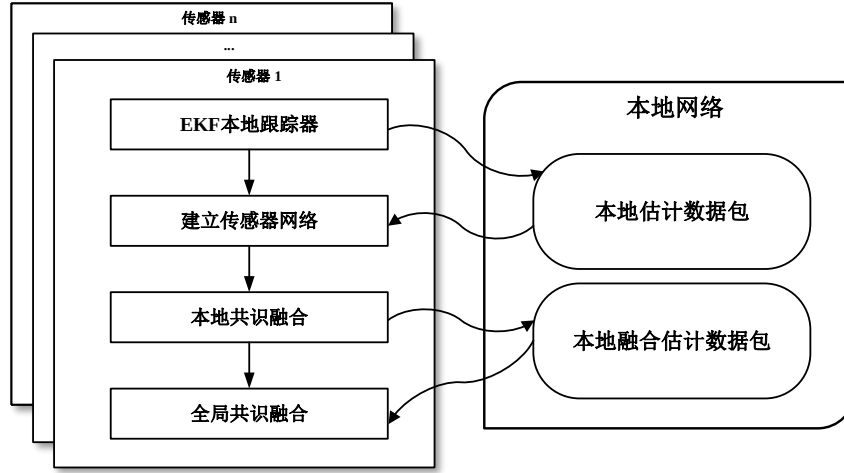


图 3.1 T2TF-DC 工作流程
Figure 3.1 Workflow of T2TF-DC system

器进行数据广播。当传感器接收到来自相邻传感器的数据包时，会即时构建一个网络矩阵来刻画该特定时间间隔内的网络连通特性，以便后续的数据融合处理。最后所获取的观测数据以及新生成的网络矩阵，将被纳入采用 T2TF-DC 方法的本地融合估计迭代进程中予以深度处理。随后，传感器会将经 T2TF-DC 机制所生成的融合估计值以及对应的网络矩阵再次广播至邻居节点。一旦接收到来自相邻传感器的融合估计值，每个传感器都会对邻居节点广播的局部融合估计值展开评估分析，重点检测由数据丢失导致的 inconsistency。针对此类数据丢失情形设计的全局共识融合方法，通过确保融合估计能够产生全局一致的结果，进而显著增强整个融合过程的稳定性与可靠性。

3.4 T2TF-DC 系统设计

在本节内容将详述 T2TF-DC 方法的核心设计过程。采用动态共识方案的核心要义在于，为分布式传感器搭建起一个能够协同决策的平台，即形成所谓的“共识”。为构建起一套严密且完备的数学架构体系，就要确保源自局部跟踪器的数据具备高度完整性，同时保障在整个共识达成过程中融合系统能够稳定收敛。在此过程中，我们引入了文献^[58]所描述的动态共识协议，重点聚焦于应对时间延迟以及传感器数据丢失这两大技术难题。具体而言，假定时间延迟现象仅存在于本地网络范畴中，而当局部跟踪器在预先设定的时间区间内未能成功广播估计数据包时，即判定为数据丢

失情况。鉴于网络数据包携带发送时的当前帧信息，故当数据包跳过特定时间帧时，便可敏锐捕捉到传感器数据丢失现象，进而为后续针对性的处理措施提供依据。

3.4.1 传感器网络设计

在本小节中，首要任务就是精确的描述各个传感器之间的拓补关系。所有参与T2TF-DC系统运作的传感器均部署于一个本地局域网内，假设传感器的时延与异步只会在这个本地的网络环境中产生。换言之，传感器的时延是指局部跟踪器未能在既定的时间窗口内成功广播本地跟踪估计数据包。

在开展具体的工作之前，为了有效描述局部传感器彼此之间的连接特性，本小节中引入在无线传感器网络领域较为通用的网络矩阵（Network Matrix）方法，基于图论（Graph Theory）这一有力工具搭建传感器网络模型。在理论层面，将多传感器感知系统抽象一个由 n 个局部跟踪器构成的无向连通图 $\mathcal{G}$ 。在此模型下，传感器网络的连通性就能够借助关联矩阵 D （Incidence Matrix）表示。在时间 t_k 上，传感器网络对于每个轨迹对 $i, j \in \mathbb{S}$ 的关联矩阵定义为：

$$[D_k]_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{若传感器 } i \text{ 和 } j \text{ 连通} \\ 0 & \text{若传感器 } i \text{ 和 } j \text{ 断开} \end{cases} \quad (3-9)$$

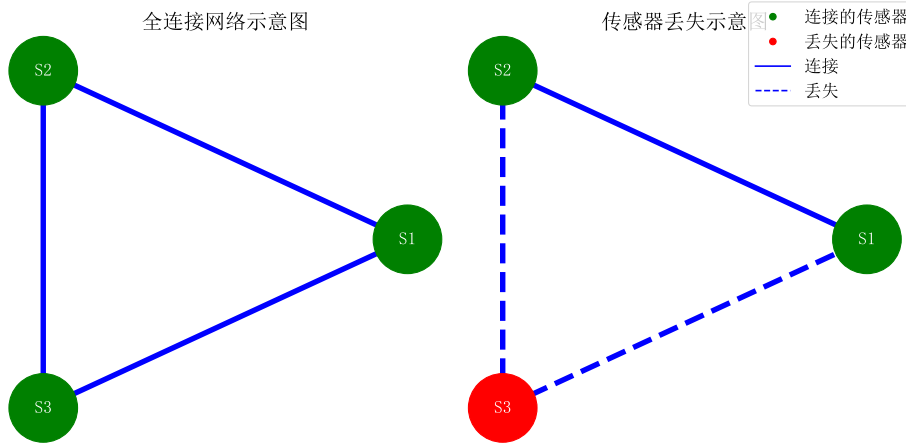


图 3.2 传感器网络示例
Figure 3.2 Schematic of sensor network

图3.2是一个该网络模型在 3 个传感器环境下的基本例子，上述的连接于断开情

况对应的关联矩阵模型如下：

$$D_k^{\text{conn}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_k^{\text{dconn}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

根据网络结构矩阵，连通的两个局部传感器关联的配对集合记为 $\mathbb{N}$ 。整个网络矩阵在整个系统体系扮演着重要角色，它通过局部传感器之间的交互构建网络架构，不仅定义了传感器之间的关联模式和相互作用机制，更关键的是，它明确了多传感器感知系统数据的组合和处理规则。尽管处理的模式相对简单，但也为后续的数据关联和数据融合提供了基础的操作框架。

通过对式 (3-10) 观察可以得到，相较于全连接 (Fully Connected) 情形下的网络矩阵 D_k^{conn} ，部分连接的传感器网络 D_k^{dconn} 具有更低的秩 (Rank)。这表明全连接网络环境中的传感器能够获取到覆盖范围更广、信息维度更丰富的信息。这一优势使得在全连接网络架构下展开目标级轨迹融合工作时，相较于部分连接的传感器网络，能够产出一个在全局层面更加一致的结果。

3.4.2 贪心搜索数据关联算法

本系统采用的目标级轨迹融合数据关联 (T2TA) 方法基于欧几里得距离 $d_2(l_i, l_j)$ 以及轨迹 l 的更新估计值。如果距离 d_2 处于某个预设阈值 d_t 范围内，那么这些轨迹就被视为来自同一目标的潜在关联轨迹对。由于数据关联并非本章的重点，在仿真中不会详细阐述数据关联的质量，而是假定依据贪心搜索算法，所有的轨迹都能被正确的关联。

3.4.3 基于动态共识的目标级轨迹融合

3.4.3.1 DC 全局估计模型

针对局部传感器的观测数据，需要构建本地目标级轨迹融合估计器。将该观测模型看成是动态共识的目标，根据 t_k 时刻下的局部估计，定义一个局部轨迹估计集合：

$$\mathbf{X}_k^l \triangleq [\hat{\mathbf{x}}_k(n, l)]', n \in \mathbb{S}; l \in \mathbb{O} \quad (3-11)$$

$$X_k \triangleq \{\mathbf{X}_k^l, l \in \mathbb{O}\}. \quad (3-12)$$

其中 $\mathbf{X}_k^l \triangleq [\hat{\mathbf{x}}_k(n, l)]'$ 为纵向堆叠矩阵，内含所有的局部传感器对不同目标的估计 $\hat{\mathbf{x}}_k(n, l)$ (对于第 n 个传感器跟踪到的第 l 个目标)。在接下来的公式推导中，为了简化表述状态向量 $\hat{X}_k^l$ 中的状态变量 $\hat{X}_k^{(\mu)}$ ，省略轨迹索引 l 。

3.4.3.2 异步数据插值机制

为了解决传感器异步和数据丢失问题,引入一种短间隔插值机制来实现不同局部传感器中的数据对齐。由于通信数据包包含最新局部传感器估计的时间戳,短时间插值间隔 τ 可以依据局部估计值与来自相邻传感器的估计数据包之间的差值来决定。

对于一个特定的目标运动模型(本章使用的是 NCT 模型),可以得到一个经过短间隔插值过后的估计。例如,对于第 l 个传感器在时间间隔 $[t_k, t_{k+\tau}]$ 中的新插值估计 $\hat{X}_{k+\tau}^l$ 为:

$$\hat{X}_{k+\tau}^l = \begin{bmatrix} \hat{x}_k^l + \tau \hat{\dot{x}}_k^l - \tau^2 \hat{\omega}_k^l \hat{y}_k^l / 2 \\ \hat{y}_k^l + \tau \hat{\dot{y}}_k^l + \tau^2 \hat{\omega}_k^l \hat{x}_k^l / 2 \\ \hat{x}_k^l - \tau \hat{\omega}_k^l \hat{y}_k^l - \tau^2 (\hat{\omega}_k^l)^2 \hat{x}_k^l / 2 \\ \hat{y}_k^l + \tau \hat{\omega}_k^l \hat{x}_k^l - \tau^2 (\hat{\omega}_k^l)^2 \hat{y}_k^l / 2 \\ \hat{\omega}_k^l \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

对于一个离散系统而言,系统的不确定性与系统状态同样重要,现考虑一个平滑的 NCT 不确定性模型,从短间隔插值中推导插值后的协方差矩阵

$$\hat{P}_{k+\tau} = \hat{J}_{k+\tau} \hat{P}_k (\hat{J}_{k+\tau})' + \hat{Q}_k \quad (3-14)$$

其中 $\hat{J}_{k+\tau}$ 是非线性转移函数的雅各比矩阵 (Jacobian Matrix), $\hat{Q}_k$ 表示过程噪声的协方差矩阵。通过插值机制,能够有效处理目标级轨迹融合估计,使其不受时间差异的影响。

3.4.3.3 动态共识机制

当针对目标 l 的所有局部跟踪器的估计值的动态参数都符合下式的时候,该系统被视为“收敛”,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{X}_k^{(\mu)} - E(\hat{X}_k^{(\mu)})\|_2 = 0, \quad \mu = 1, \dots, m \quad (3-15)$$

其中 $E(\hat{X}_k^{(\mu)})$ 是全局估计值的 n 阶导数的期望。这意味着,在每次迭代结束时,来自不同传感器的估计值应该近乎相同。根据文献[58],多传感器感知系统不同传感器的估计可以通过下述流程实现

$$Y_k = \hat{X}_k - E(\hat{X}_k) \quad (3-16)$$

$$\hat{X}_k^{(\mu)} = h_\mu \theta^{\mu+1} D_k [D_k' Y_k]^{\frac{m-\mu}{m+1}} + \hat{X}_k^{(\mu+1)} - g_\mu \hat{X}_k^{(\mu-1)} \quad (3-17)$$

$$\hat{X}_k^{(m)} = h_m \theta^{m+1} D_k [D_k' Y_k]^0 \quad (3-18)$$

$$H \triangleq [h_\mu], \mu = 1, \dots, m \quad (3-19)$$

$$G \triangleq [g_\mu], \mu = 1, \dots, m \quad (3-20)$$

其中, Y_k 是动态共识输出, m 是系统最高阶变量, μ 表示共识变量 $\hat{X}_k$ 的当前阶次, H 、 θ 和 G 是影响收敛过程首次迭代初值的设计参数, 它们会对系统收敛速度与收敛性有影响, 其主要影响将会在第3.5节中详细讨论。算法3.1描述了 T2TF-DC 算法的迭代过程。在该过程中, 每当传感器网络收到关联成功的估计值时, 开始一轮迭代。当满足 $\|\hat{X}_k - E(\hat{X}_k^{(\mu)})\|_2 < \epsilon$ 时, 迭代结束并生成 T2TF-DC 融合估计 $\hat{\mathbf{x}}_k$, 根据第3.6.1节的工程经验, 系统的运行时间阈值设置为 100ms, 以防止系统因不正确的超参数设置而卡死。

算法 3.1 T2TF-DC 迭代过程

Data: 时间间隔 $T_{k:k+1}[\tau]$, 系统状态变量 $\hat{\mathbf{x}}_{k+\tau}^l$, 传感器网络邻接矩阵 D , 超参数 H, θ, G, m 。

Result: 估计更新后的状态 $\hat{\mathbf{x}}_k$

```

1 while  $\epsilon < 10e^{-3}$  or 运行时间  $> 100ms$  do
2   计算共识向量:  $E(\hat{X}_k^{(\mu)}) \leftarrow E(\hat{X}_k) = \frac{1}{n} \sum_{i \in \mathbb{S}} \hat{X}_{k+\tau}^i$ ;
3   迭代动态共识:  $\hat{X}_k^{(\mu)}, \hat{X}_k^{(m)}, \hat{Y}_k^{(\mu)}, \hat{Y}_k^{(m)} \leftarrow$  式 (3-16)-(3-18);
4   计算误差损失函数:  $\epsilon \leftarrow \|\hat{X}_k - E(\hat{X}_k^{(\mu)})\|_2$ ;
5 end
6 更新状态向量坐标:  $x_k \leftarrow \hat{X}_k + \int \hat{X}_k^{(1, \dots, m)} dt$ ;
7 更新状态向量坐标:  $y_k \leftarrow \hat{Y}_k + \int \hat{Y}_k^{(1, \dots, m)} dt$ ;
8 更新状态向量:  $\hat{\mathbf{x}}_k \leftarrow x_k, y_k, \hat{P}_{k+\tau}$ ;
```

3.4.3.4 全局融合估计

在3.4.3.2中, 提出了一个短间隔插值程序, 用于实现数据的精准同步以处理传感器异步的问题。具体而言, 由于传感器网络中内置的时间戳, 短间隔插值可以依据局部估计于相邻的传感器所串数的估计数据包之间的插值而确定。

在完成局部传感器之间的目标级轨迹融合 (T2TF) 操作之后, 传感器会将网络矩阵以及融合后的融合估计值向连通的传感器进行广播传输。实际上, 传感器之间的融合估计出现差异属于常态, 尤其是在传感器遭遇诸如数据丢失等棘手问题的时候, 差异会扩大。为了有效攻克这个问题, 我们设计了一个全局的一致性检验过程, 其核心在于最大程度的减少局部传感器融合估计值之间的差异, 确保系统的可靠性和鲁棒性。

算法3.2整理了生成全局融合估计的过程。该过程通过接受邻居节点的局部融合估计来作为输入, 生成该区域内的全局估计值, 而无需便利所有邻居节点的局部估计值。在后续的仿真实验中, 关联矩阵在非全连接状态下的邻接矩阵的秩反映着该节点与邻居节点的连接性。因此使用弗罗贝尼乌斯范数 (Frobenius Norm) 即可对邻接矩

阵的连接性进行评估与比较，最终得到全局融合估计 $\hat{\mathbf{x}}_k^*$ 。当系统检测到传感器数据

算法 3.2 T2TF-DC 全局共识过程

Data: 邻居节点的融合估计 $\hat{\mathbf{x}}_k(n)$ $n \in \mathbb{N}$ ，邻居节点的传感器网络邻接矩阵 $D_k(n)$ ，数据包时间戳 $t_k(n)$ 。

Result: 全局融合估计 $\hat{\mathbf{x}}_k^*$

```

1 if 传感器  $a$  感知到延迟 then
2   | 最高秩网络替换融合估计:  $x_k^a \leftarrow x_k(\max_{i,j} \text{Rank}(D_k(i), D_k(j)))$ ;
3   | 最高秩网络替换融合估计:  $y_k^a \leftarrow x_k(\max_{i,j} \text{Rank}(D_k(i), D_k(j)))$ ;
4 else
5   | continue;
6 end
7 获取全局融合估计:  $\hat{\mathbf{x}}_k^* \leftarrow x_k^*, y_k^*$ ;

```

丢失时，会优先选择具有最高秩网络矩阵的融合估计值，以此替换丢失的数据估计值。随后重新启动新一轮的 T2TF-DC 过程，以获取更完整信息的全局融合估计。

3.5 T2TF-DC 收敛性证明

T2TF-DC 过程涉及多传感器的滤波估计在共识信息上的收敛过程。分析该系统的鲁棒性和适应性时，需要定性的分析 T2TF-DC 过程中的共识向量是否能在有限时间内收敛至 0，同时需要衡量该系统的超参数 H, θ, G 以及系统初值是否会对收敛性产生影响。在本小节中，将基于[58]的证明思路，对本章中提出的 T2TF-DC 框架进行收敛性证明。根据式 (3-16)-(3-18)，可以抽象化得到 T2TF-DC 的全向量化迭代公式：

$$\dot{\mathbf{X}}_k = (G \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{X}_k + \mathbf{F}(\mathbf{Y}_k, \theta) \quad (3-21)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{U}_k - E[\mathbf{X}_k] \quad (3-22)$$

其中 $\mathbf{U}_k \triangleq [\mathbf{X}_k^l]'$ ， $l \in \mathbb{S}$ 为 k 时刻接收到的邻居节点的信号， $\mathbf{F}$ 表示网络连通性信号算子，定义为：

$$\mathbf{F}(\mathbf{Y}_k; \theta) = \begin{bmatrix} h_0 \theta D_k [D_k' Y_k]^{\frac{m}{m+1}} \\ \vdots \\ h_m \theta^{m+1} D_k [D_k' Y_k]^0 \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

要证共识向量 $\mathbf{Y}_k$ 在有限时间内收敛至共识 $[E[X_k^{(1)}], E[X_k^{(0)}], \dots, E[X_k^{(m)}]]'$, 将共识向量 $\mathbf{Y}_k$ 拆分成共识信息与共识误差得到,

$$\mathbf{Y}_k = \bar{\mathbf{Y}}_k + \tilde{\mathbf{Y}}_k \quad (3-24)$$

$$\bar{\mathbf{Y}}_k \triangleq (\mathbf{I}_{m+1} \otimes \mathbf{1}'_n/n) \mathbf{Y}_k \quad (3-25)$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}_k \triangleq (\mathbf{I}_{m+1} \otimes P) \mathbf{Y}_k \quad (3-26)$$

其中 $\bar{\mathbf{Y}}_k$ 是共识信息, 可证其在有限时间内收敛至共识 $[E[X_k^{(1)}], E[X_k^{(0)}], \dots, E[X_k^{(m)}]]'$; $\tilde{\mathbf{Y}}_k$ 作为共识误差, 可证其在有限时间内收敛至原点, $P \triangleq (\mathbf{I}_n - (1/n)\mathbf{1}_n\mathbf{1}'_n)$, n 是网络中的传感器个数。接下来将分别证明共识信息与共识误差的收敛性。

3.5.1 共识信息的收敛性

在本小节中证明共识信息 $\bar{\mathbf{Y}}_k$ 在有限时间内, 各信号在不同时间内收敛至共识 $[E[X_k^{(1)}], E[X_k^{(0)}], \dots, E[X_k^{(m)}]]'$ 。首先, 引入共识信息的高阶导数:

$$\dot{\bar{\mathbf{Y}}}_k = \dot{\bar{\mathbf{U}}}_k + (\mathbf{I}_{m+1} \otimes \mathbf{1}'_n/n)(\tilde{F} \otimes \mathbf{I}_n)(\mathbf{Y} - \mathbf{U}) + (\mathbf{I}_{m+1} \otimes \mathbf{1}'_n/n)H\mathbf{F}(\mathbf{Y}_k; \theta) \quad (3-27)$$

$$= \dot{\bar{\mathbf{U}}}_k + \tilde{F}(\bar{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{U}}) + (\mathbf{I}_{m+1} \otimes \mathbf{1}'_n/n)H\mathbf{F}(\mathbf{Y}_k; \theta) \quad (3-28)$$

其中 $\tilde{F}$ 是高阶多项式算子, 含义是若 $l_0, \dots, l_m$ 是高阶多项式 $(s + g_0) \cdots (s + g_m)$ 的系数 $(s + g_0) \cdots (s + g_m) = s^{m+1} + \sum_{\mu=0}^m l_\mu s^\mu$, G 是式 (3-17) 中的超参数, 则高阶多项式算子定义为:

$$\tilde{F} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -l_0 & -l_1 & \cdots & \cdots & -l_m \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

由此, 式 (3-27) 中有:

$$(\mathbf{I}_{m+1} \otimes \mathbf{1}'_n/n)(\tilde{F} \otimes \mathbf{I}_n) = (\tilde{F} \otimes \mathbf{1}'_n/n) \quad (3-30)$$

$$= (\tilde{F} \otimes \mathbf{I}_1)(\mathbf{I}_{m+1} \otimes \mathbf{1}'_n/n) \quad (3-31)$$

$$= \tilde{F}(\mathbf{I}_{m+1} \otimes \mathbf{1}'_n/n) \quad (3-32)$$

又由网络图论的性质^[61], $\mathbf{1}'_n D = 0$, 故可知 $H(\mathbf{I}_{m+1} \otimes \mathbf{1}'_n/n)\mathbf{F}(\mathbf{Y}_k; \theta) = 0$ 。

至此, 由式 (3-28) 可得到

$$\dot{\bar{\mathbf{Y}}}_k = \dot{\bar{\mathbf{U}}}_k + \tilde{F}(\bar{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{U}}) \quad (3-33)$$

现需要根据李雅普诺夫稳定性判据来证明 $\tilde{F}(\bar{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{U}})$ 在有限时间内收敛至原点。

李雅普诺夫稳定性判据作为一种在控制系统中关于系统稳定性的分析工具，可以用于判断迭代算法过程中否收敛，进而证明算法在各条件下的稳定性与收敛性。证明方法通常根据定理3.1构建李雅普诺夫标量函数 $V(x)$ ，分别证明标量函数的正定性与标量函数的导函数的负定性，从而判断系统是否稳定。

定理 3.1 (李雅普诺夫第二法). 若对于 $V(x) \quad \forall x \neq 0$ ，有

- $V(x) > 0$ ，则称 $V(x)$ 正定。
- $V(x) \geq 0$ ，则称 $V(x)$ 半正定。
- $V(x) < 0$ ，则称 $V(x)$ 负定。
- $V(x) \leq 0$ ，则称 $V(x)$ 半负定。

现有控制系统系统状态 x 的李雅普诺夫函数 $V(x)$ 正定，其导数 $\dot{V}(x)$ 负定，则系统在原点处时渐近稳定的。

按照定理3.1，构造李雅普诺夫函数：

$$V(\bar{\mathbf{Y}}_k) = \tilde{F}(\bar{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{U}})^2 \tilde{F}' \quad (3-34)$$

现由于 $\tilde{F}$ 定义式 (3-29)， $g_0, \dots, g_m > 0$ ，此矩阵负定，故 $(\bar{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{U}})$ 收敛至原点。由此共识信息 $\bar{\mathbf{Y}}_k$ 将在有限时间内收敛至共识 $[E[X_k^{(1)}], E[X_k^{(0)}], \dots, E[X_k^{(m)}]]'$ ，得证。

3.5.2 共识误差的收敛性

本小节证明共识误差的收敛性，在式 (3-26) 中， P 作为衡量误差的矩阵算子，特别的，对于 $n = 3$ 系统， P 拥有以下形式：

$$P = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}. \quad (3-35)$$

结论 3.1 (动态平均共识收敛性^[62]). 若共识误差定义为

$$\tilde{Y}_k^{(\mu)} \triangleq (\mathbf{I}_n - (1/n)\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n') [y_{1,k}^{(\mu)}, \dots, y_{n,k}^{(\mu)}]'$$

误差迭代式为：

$$\dot{\tilde{Y}}_k^{(\mu)} = \tilde{Y}_k^{(\mu+1)} - h_\mu D [D' Y_k] \frac{m-\mu}{m+1} \quad \text{for } 0 \leq \mu \leq m-1 \quad (3-36)$$

$$\dot{\tilde{Y}}_k^{(m)} = P U_k^{(m+1)} - h_m D [D' Y_k]^0 \quad (3-37)$$

其中 $P = (\mathbf{I}_n - (1/n)\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n')$ ， $U = [u_{1,k}, \dots, u_{n,k}]'$ ， D 是图网络的邻接矩阵， $H \triangleq [h_0, \dots, h_m]$ 是各项大于 0 的超参数。则拥有此形式的动态共识迭代过程收敛。

根据结论3.1, 需要将共识误差的迭代式化为形同式 (3-36)-(3-37) 的形式。故需将式 (3-26) 中共识误差求导。要推导共识误差的导数, 则需要式 (3-22) 中 $\mathbf{Y}$ 的导数, 根据期望算子的定义, 可以将期望算子改写成加权的平均式:

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{U}_k - (\Gamma \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{X}_k \quad (3-38)$$

其中 Γ 为期望算子中的权重系数矩阵, 由此, 结合式 (3-21) 可以得到完整向量化的导数 $\dot{\mathbf{Y}}$:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{U} - (\Gamma \otimes \mathbf{I}_n)(G \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{X}_k - (\Gamma \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{F}(\mathbf{Y}_k; \theta) \quad (3-39)$$

$$= \mathbf{U} + (\Gamma \otimes \mathbf{I}_n)(G \otimes \mathbf{I}_n)(\Gamma^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)(\mathbf{Y} - \mathbf{U}) - (\Gamma \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{F}(\mathbf{Y}_k; \theta) \quad (3-40)$$

$$= \mathbf{U} + (\Gamma G \Gamma^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)(\mathbf{Y} - \mathbf{U}) - (\Gamma \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{F}(\mathbf{Y}_k; \theta) \quad (3-41)$$

结论 3.2 (调制信号误差的导数^[58]). 对于共识误差 $\tilde{\mathbf{Y}}_k \triangleq (\mathbf{I}_{m+1} \otimes P)\mathbf{Y}_k$, 令 $\mathbf{W}_k$ 为

$$\mathbf{W}_k \triangleq [w_k^{(0)}, \dots, w_k^{(m)}]' \quad (3-42)$$

$$= (\Gamma^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{U}_k \quad (3-43)$$

$$w_k^{(m+1)} \triangleq \mathbf{U}_k^{(m+1)} + \sum_{\mu=0}^m l_\mu \mathbf{U}_k^{(\mu)} \quad (3-44)$$

其中 l_μ 为高阶多项式 $(s + g_0) \cdots (s + g_m)$ 的系数。调制参数 $\Theta \triangleq \text{diag}[1, \theta^{-1}, \dots, \theta^{-m}]$, 令误差 $\mathbf{Z}_k$ 有

$$\mathbf{Z}_k \triangleq [Z_k^{(0)}, \dots, Z_k^{(m)}]' \quad (3-45)$$

$$= (\Theta \Gamma^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{Y}}_k \quad (3-46)$$

则其调制后的误差导数为:

$$\dot{\mathbf{Z}}_k = (\theta \Gamma \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{Z} - \theta \mathbf{F}(\mathbf{Z}^{(0)}) + \theta^{-m}(B \otimes \mathbf{I}_n)P\mathbf{W}_k^{(m+1)} \quad (3-47)$$

$$= \theta((\Gamma \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{Z} - \mathbf{F}(\mathbf{Z}^{(0)}) + \theta^{-(m+1)}(B \otimes \mathbf{I}_n)P\mathbf{W}_k^{(m+1)}) \quad (3-48)$$

其中 $B \triangleq [0, \dots, 0, 1]'$ 。

根据结论3.2中的结论, 可以得到相应的误差导数 $\dot{\mathbf{Z}}$:

$$\dot{\mathbf{Z}} = (\theta G \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{Z} - \theta \mathbf{F}(\mathbf{Z}; 1) + \theta^{-m}(B \otimes \mathbf{I}_n)P\mathbf{W}^{(m+1)} \quad (3-49)$$

$$= \theta((G \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{Z} - \mathbf{F}(\mathbf{Z}; 1) + \theta^{-(m+1)}(B \otimes \mathbf{I}_n)P\mathbf{W}^{(m+1)}) \quad (3-50)$$

将此式拆开成迭代形式得到:

$$\dot{Z}_k^{(\mu)} = \theta(Z_k^{(\mu+1)} - h_\mu D_k \left[D_k' Z_k^{(0)} \right]^{\frac{m-\mu}{m+1}} - (\gamma_\mu / \theta) Z_k^{(\mu)}) \quad \text{for } 0 \leq \mu \leq m-1 \quad (3-51)$$

$$\dot{Z}_k^{(m)} = \theta(P\mathbf{W}^{(m+1)} / \theta^{m+1} - h_m D_k \left[D_k' Z_k^{(0)} \right]^0 - (\gamma_m / \theta) Z_k^{(m)}) \quad (3-52)$$

其中 γ_m, γ_μ 均为权重系数矩阵 $\Gamma \triangleq [\gamma_0, \dots, \gamma_m]'$ 中的大于零的权重值。

至此, 若能证明 Z 在有限时间内收敛至原点, 既能证明共识误差同理收敛。根据定理3.1, 比较式 (3-36)-(3-37) 与式 (3-51)-(3-52), 整理同类相与不同类相, 得到:

$$\dot{Z}_k = \mathbf{Q}(Z_k) + \mathbf{R}(Z; 1) \quad (3-53)$$

$$\mathbf{Q}(Z_k) \triangleq \begin{bmatrix} Z^{(1)} \\ \vdots \\ Z^{(m)} \\ \xi^n \end{bmatrix} - \mathbf{F}(Z^{(0)}), \quad \xi \in [-L, L] \quad (3-54)$$

$$\mathbf{R}(Z) \triangleq \begin{bmatrix} -(\gamma_0/\theta)Z_k^{(0)} \\ \vdots \\ -(\gamma_m/\theta)Z_k^{(m)} \end{bmatrix} \quad (3-55)$$

其中 L 设为有限足够大的正值。

定理 3.2 (李雅普诺夫齐次函数推论). 若有李雅普诺夫标量函数 $V(x)$ 满足 $V(\Delta_r(\lambda)x) = \lambda^d V(x)$, 则称此函数是自由度为 d 的 r 齐次李雅普诺夫函数。

若有实数域内的向量映射 $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, 满足 $F(\Delta_r(\lambda)x) = \lambda^d \Delta_r(\lambda)F(x)$, 则称此向量映射是自由度为 D 的 r 齐次向量映射。

结论 3.3 (放缩不等式^[63]). 令 V_1, V_2 是自由度分别为 d_1, d_2 的 r 齐次李雅普诺夫标量函数, 其中 V_1 正定, 则有:

$$\beta_m V_1(x)^{d_2/d_1} \leq V_2(x) \leq \beta_M V_1(x)^{d_2/d_1} \quad (3-56)$$

其中 $\beta_m \triangleq \inf\{V_2(x), \forall x: V_1(x) = 1\}$, β_M 为上确界, $\beta_M \triangleq \sup\{V_2(x), \forall x: V_1(x) = 1\}$ 。

根据李雅普诺夫稳定性判据, 现构造李雅普诺夫标量函数:

$$V(Z) = \frac{1}{2} Z Z' \quad (3-57)$$

此函数对于任意 Z 均大于 0, 故此函数正定。对李雅普诺夫函数求导, 得到:

$$\dot{V} = Z \dot{Z} \quad (3-58)$$

$$= Z(\mathbf{Q}(Z_k) + \mathbf{R}(Z)) \quad (3-59)$$

$$= \frac{\partial V}{\partial Z} \mathbf{Q}(Z_k) + \frac{\partial V}{\partial Z} \mathbf{R}(Z_k) \quad (3-60)$$

$$= \theta(L_Q V + L_R V) \quad (3-61)$$

根据定理3.2与结论3.3, 因此 $L_Q V_k \leq -\beta_m V_k^{\frac{k-1}{k}}$, $\beta_m \triangleq \inf\{W(Z) : V(Z) = 1\}$ 。由此可将李雅普诺夫函数式 (3-57) 化简为:

$$\dot{V} = \theta(L_Q V + L_R V) \quad (3-62)$$

$$\leq \theta(-\beta_m V^{\frac{k-1}{k}} + L_R V) \quad (3-63)$$

其中根据结论3.4与3.5, $L_R V$ 是自由度为 k 的 r 齐次向量映射, 因此根据结论3.3可以得到 $L_R V \leq \beta_M V(Z)$, 其中 $\beta_M \triangleq \sup\{L_R V : V(Z) = 1\}$ 。故式 (3-63) 可导出:

$$\dot{V} \leq \theta(-\beta_m V^{\frac{k-1}{k}} + \beta_M V) \leq -\theta(\beta_m - \beta_M V^{\frac{1}{k}}) V^{\frac{k-1}{k}} \quad (3-64)$$

进一步可分析收敛域 $\mathcal{R}_0$:

$$\mathcal{R}_0 : -[\beta_m - \beta_M V^{\frac{1}{k}}] \leq -c \quad (3-65)$$

其中 c 是某正数。根据收敛域可知, 当 $\beta_M \leq 0$ 时, $\dot{V}$ 无论在何初值系统中均负定, 系统在任意轨迹上收敛。当 $\beta_M > 0$ 时, 只有当 $V(Z)^{1/k} \leq (\beta_m - c)/\beta_M$ 时, $\dot{V}$ 负定, 系统在此初值区域内收敛。为了将超参数引入此式中, 令 $c = \beta_m/2$, 式 (3-65) 变形为 $V(Z)^{\frac{1}{k}} \leq \beta_m/(2\beta_M)$, 故式 (3-63) 为 $\dot{V}(Z) \leq -(\theta\beta_m/2)V(Z)^{\frac{k-1}{k}}$ 负定。由此仅需要增大超参数 θ , 即可使式子成立。故共识误差的收敛性得证。

结论 3.4 (李雅普诺夫函数与向量映射的复合性质^[63]). 令李雅普诺夫标量函数 V 与向量映射 F 分别是自由度为 l 和 m 的 r 齐次的, 记 $L_F V \triangleq \frac{\partial V}{\partial x} F(x)$, 有 $L_F V$ 是自由度为 $l+m$ 的 r 齐次向量映射。

结论 3.5 (向量映射下的李雅普诺夫函数性质^[64]). 令向量映射 $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 是自由度为 m 的 r 齐次的, 若严格满足 $\dot{x} \in F(x)$, 那么任意 $k > \max(-m, 0)$, 存在 V, W 使得 V 是正定且自由度为 k 的 r 齐次的李雅普诺夫函数, W 为自由度是 $k+m$ 的 r 齐次的李雅普诺夫函数, 且满足 $\dot{V} \leq -W(x) \quad \forall x \neq 0$ 。

3.5.3 超参数设置分析

通过上述共识误差分析可知, 综合共识信息与共识误差的收敛性, 在选定参数 θ 的条件下 T2TF-DC 迭代更新过程在有限时间内收敛。关于参数 H , 仅作为各阶导数的缩放系数; 参数 G 仅作为各阶系统输入的缩放系数, 将对 T2TF-DC 的收敛性无影响, 只影响收敛过程中的波动幅度, 故在本章节中不讨论参数 H, G 的影响。由于涉及到参数变化, 本章将在仿真实验部分探究此迭代过程的收敛性, 旨将通过仿真实验, 说明通过修改超参数 θ 可以保证该实验过程 T2TF-DC 在有限时间内收敛。

3.6 T2TF-DC 的可行性仿真实验

3.6.0.1 场景设置

本小节进行了多传感器多目标跟踪的仿真研究，研究覆盖多种场景，重点验证传感器时延引发的异步状态和数据丢失场景下 T2TF-DC 方法的有效性。在此过程中，实验将对比分析所提出的 T2TF-DC 框架，将同其他流行的 T2TF 方法进行对比，这些方法包括：T2TF-None（无轨迹融合，直接采用首条可用轨迹估计）；T2TF-Plain（基于可用轨迹的加权平均融合）；T2TF-CI（基于协方差交叉的目标级轨迹融合）；T2TF-SCIF（基于分裂协方差交叉的目标级轨迹融合）。

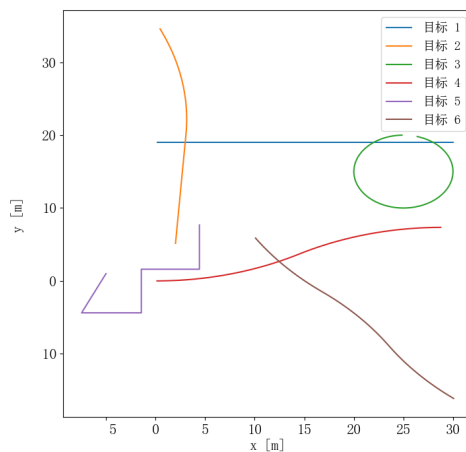


图 3.3 6 个目标轨迹的真值数据
Figure 3.3 Simulated data of 6 tracks

为保障对比试验的严谨性，实验均采用了模块替换的策略，即仅替换所提出的动态共识（DC）框架内的目标级轨迹融合模块，以保证其他的系统参数完全一致，最大程度的排除干扰因素。此外，对比试验特意设计了一个专门针对传感器数据丢失的特定场景。具体到特定的场景上，实验构造了一个有着 6 名行人目标（视为点目标）和嘈杂环境噪声的动态场景，如图 3.3 所示。这些目标的轨迹涵盖了直线行走，具有高机动性的之字形和环形运动等多种形式。在此场景下，移动速度的峰值是 3m/s，转向速率最大值是 1rad/s。由于采用了 NCT 模型，为了适配 DC 过程，我们选择了一个四阶动态系统，其系统最高阶次 $m = 4$ 。在本实验的场景中，传感器分别位于 S1: [0,0]m, S2: [0,25]m and S3: [25,25]m。关于各个场景的环境噪声、传感器时延与丢失情况等参数设置如表 3.1 所示。

表 3.1 对比试验的场景参数设置
Table 3.1 Parameters of different scenes

场景	传感器	时延	噪声标准差
场景 1	传感器 1	0 s	0.15 m
	传感器 2	0 s	0.15 m
	传感器 3	0 s	0.15 m
场景 2	传感器 1	0 s	0.15 m
	传感器 2	0.1 s	0.15 m
	传感器 3	0 s	0.15 m
场景 3	传感器 1	0 s	0.45 m
	传感器 2	0 s	0.45 m
	传感器 2	0 s	0.45 m
场景 4	传感器 1	20% 概率丢失	0.15 m
	传感器 2	0 s	0.15 m
	传感器 3	0 s	0.15 m

3.6.1 T2TF-DC 收敛性实验与灵敏度分析

在第3.5节中已经通过李雅普诺夫稳定性分析进行初步证明，本章提出的 T2TF-DC 方法能够在选定参数的情况下在有限时间内收敛。在本小节，将通过具体的实验来分析 T2TF-DC 迭代过程的收敛型曲线，并分别分析将共识向量拆解成共识信息与共识误差两个维度的分别收敛情况。由于 T2TF-DC 每次迭代过程发生于系统收到来自邻居节点的本地轨迹估计值，故在本收敛性实验中，只选取典型目标轨迹（目标 4）的 50 次蒙特卡洛实验，记录所有迭代过程所需要的平均时间。T2TF-DC 过程中（算法3.1），迭代仅会在满足收敛条件或 T2TF-DC 运行时间超过 100ms 时停止，表明在 T2TF-DC 过程的耗时反映了 T2TF-DC 系统的收敛困难程度，运行越长，代表系统在该场景下更难收敛，若运行时间超过 100ms，则表明 T2TF-DC 过程未收敛。在表3.1设计的 4 个场景中，分别对超参数 θ 进行调整以分析其对 T2TF-DC 收敛性的灵敏度，结果如表3.2所示。对于第3.5节中证明过程中介绍的共识信息与共识误差将分别收敛至共识与原点的结论，本实验将选取场景 1 下典型目标轨迹（目标 4）在时刻 $t_k = 1s$ 的迭代数据，此时 3 个传感器网络连通状况良好，无时延或数据丢失现象进行收敛曲线绘制。绘制的结果如图3.4所示。

如表3.2所示，从整体上来看，T2TF-DC 过程的计算开销均在 30ms 以下，说明 T2TF-DC 过程能够满足 10Hz 的真实数据实时性要求。在 4 个场景中，参数设置 $\theta = 2$ 和 $\theta = 20$ 的收敛时间较短，代表该参数设置能够更快收敛。分场景来看，在低噪声

表 3.2 θ 参数灵敏度下 T2TF-DC 过程计算开销
Table 3.2 Runtime over different θ of T2TF-DC

场景	$\theta = 0.2$	$\theta = 2$	$\theta = 20$	$\theta = 200$
场景 1	未收敛	12.54ms	6.37ms	13.29ms
场景 2	未收敛	11.58ms	8.89ms	35.61ms
场景 3	未收敛	16.52ms	28.84ms	37.21ms
场景 4	未收敛	11.72ms	7.56ms	35.25ms

环境下（场景 1），在各参数设置下均有较好的收敛速度。然而对于高噪声环境（场景 3）下，各参数设置下的计算开销均增大，这表明 T2TF-DC 对噪声较为敏感，若要让 T2TF-DC 高效率运行需要保证环境的噪声维持在较低的水平。对于设计的传感器时延场景（场景 2）与数据丢失场景（场景 4），虽然各参数设置下的计算开销均增大，但是参数设置 $\theta = 2$ 时的计算开销与低噪声环境（场景 1）基本保持一致。这说明 T2TF-DC 在传感器时延与数据丢失场景下并不敏感，但是在该场景下可能对参数设置与选取更为敏感。

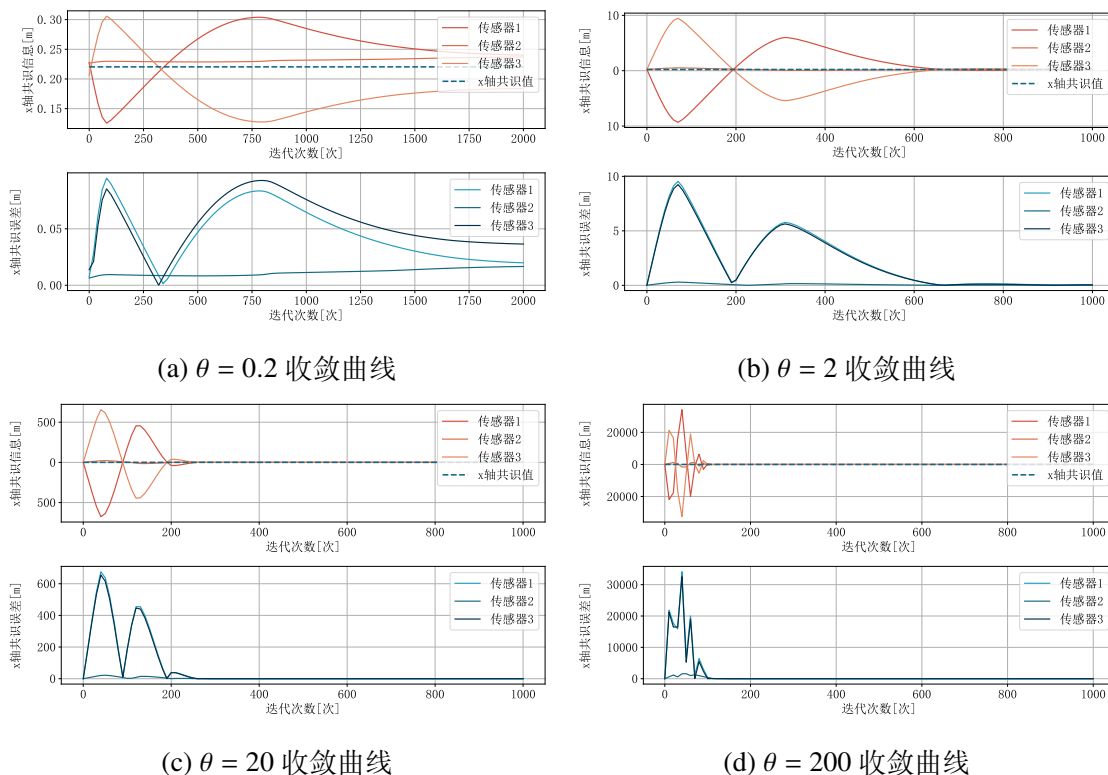


图 3.4 收敛曲线灵敏度分析
Figure 3.4 Convergence analyses

如图3.4所示, 图3.4a在 2000 次迭代中仍未收敛, 这可能说明在 θ 较小的时候, 在第3.5节中式 (3-65) 不满足放缩要求, 导致整体共识信息与共识误差不能收敛。若逐渐增大 θ , 如图3.4a-3.4d, T2TF-DC 过程均收敛, 收敛过程呈典型的多峰特性, x 轴的共识信息在迭代初期 (0-200) 波动剧烈, 但随着迭代次数的推进, 逐渐下降收敛至共识。表明收敛性实验佐证了在3.5节中的证明, T2TF-DC 能够在该场景下 $\theta \geq 2$ 的参数条件下收敛。从参数设置上来看, 随着 θ 的增大, T2TF-DC 系统在迭代过程中的中间共识误差将会扩大 (如图3.4d中共识误差峰值接近 40000m), 因此增大 θ 不利于整个系统的稳定性, 导致系统波动幅度增大。综合表3.2与图3.4的结论, 选取 $\theta = 2$ 可能为该场景设置中的最佳参数, 故在后续的不同场景下的对比试验上, 一贯使用参数设置 $\theta = 2$ 。

3.6.2 不同场景下各目标级轨迹融合算法对比试验分析

针对不同不确定水平(过程噪声标准差)以及传感器数据失准问题的情况, 图3.6a-3.6d展示了 T2TF-DC 方法在不同场景下的融合结果。可以看出, 相对于原始轨迹数据, 各场景下的 T2TF-DC 均能减小原始轨迹数据的干扰, 得到与真值更接近的估计值。对比低噪声数据(场景1)与高噪声数据(场景3)可以看出, 高噪声会对 T2TF-DC 的估计产生影响。然而在数据时延场景(场景2)中, 噪声参数设置不变, 由于数据时延, 轨迹应当呈现相较于场景1更差的结果, 然而 T2TF-DC 在场景2的轨迹上表现良好。因此针对场景2的估计性能需要通过性能指标进行详细说明。但仍能初步说明 T2TF-DC 即使遇到数据异步问题, T2TF-DC 方法在不同不确定性水平下获得了令人满意的估计性能。

3.6.2.1 参数设置

为进一步评估全局融合估计的机制特性, 设计了一项基于一段时间内传感器的通信中断的轨迹补全实验, 这个实验在上述框架进行测试。在本实验中, 仅使用目标4的轨迹数据, 所有的传感器的测量噪声标准差为 0.15 米, 采样间隔为 $T_k = 50$ 毫秒。T2TF-DC 的系统参数同样设置成 $H = [24, 50, 35, 10]$, $\theta = 2$, $G = [1, 1, 1, 1]$ 的四阶系统, $m = 4$ 。图3.5轨迹补全实验的结果, 从左图可以看出, 3号传感器的数据丢失引起了该传感器针对该目标出现断点的情况, 而 T2TF-DC 的全局共识机制使其检测到了数据丢失情况, 将接收到的邻居节点的本地融合估计进行替换, 生成了左图中紫色虚线代表的补全轨迹。因而说明这个全局共识机制提高了目标级轨迹融合系统的鲁棒性, 使系统能够在部分传感器中断的场景下仍能输出全局一致的轨迹估计。

3.6.2.2 实验分析

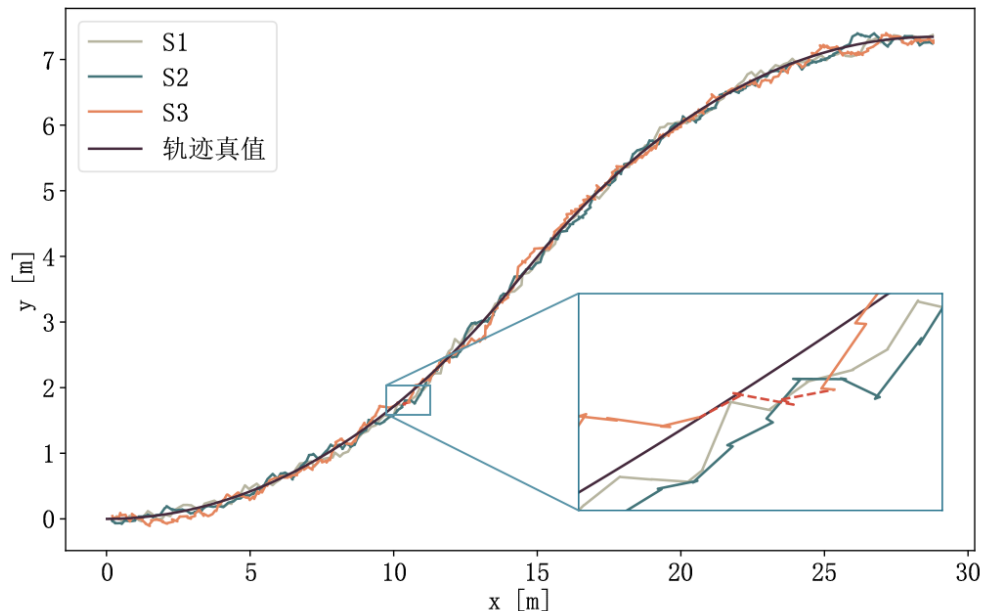


图 3.5 通信中断轨迹补全实验的结果 (4 号目标)

Figure 3.5 The result of the track completion experiment (Target 4)

进一步, 基于表3.1描述的对比实验进行了定量分析, 结果如表3.3-3.4所示。定量分析进行了 50 次的蒙特卡洛稳定性实验, 分别记录了 T2TF-None, T2TF-Plain, T2TF-CI, T2TF-SCIF, T2TF-DC 这几种方法在位置和速度两个维度的均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE)。总体而言, 速度空间的 RMSE 普遍高于位置空间的 RMSE, 这是因为速度作为高维信息在动态变化过程中变化的幅度更大。在正常情况 (场景 1) 以及高噪声环境 (场景 3) 下, 分裂协方差交叉方法 T2TF-SCIF 仍然是最精确的目标级轨迹融合算法, 在位置空间与速度空间的 RMSE 指标下均优于 T2TF-DC, 这是因为在轨迹的不确定度融合下, 针对轨迹协方差的融合方法要比 T2TF-DC 仅使用状态转移矩阵更新融合轨迹的协方差要更精确。然而, 在异步环境下 (场景 2) 和数据丢失环境下 (场景 4) 中, T2TF-DC 在位置空间 RMSE 与速度空间 RMSE 指标上分别优于 T2TF-SCIF 方法 6.8% 和 5.5%, 表明 T2TF-DC 方法在位置和速度空间的估计性均优于其他方法, 体现了 T2TF-DC 方法在传感器数据丢失、异步收发及强噪声干扰等复杂工况下均展现出良好的适应性。

本对比实验还使用了 95% 置信区间 (Confidence Interval) 的归一平方误差估计

表 3.3 位置空间的 RMSE 指标比较, MC= 50.

Table 3.3 RMSE in position space, MC= 50

场景	算法	目标 1	目标 2	目标 3	目标 4	目标 5	目标 6
场景 1	None	0.22615	0.22690	0.22840	0.22724	0.23031	0.22818
	Plain	0.16100	0.16173	0.16349	0.16115	0.16676	0.16087
	CI	0.10507	0.10689	0.10845	0.10720	0.11490	0.10625
	SCIF	0.10506	0.10688	0.10845	0.10719	0.11489	0.10625
	DC	0.10515	0.10708	0.10858	0.10733	0.11560	0.10830
场景 2	None	0.27157	0.27956	0.27275	0.27272	0.28031	0.27156
	Plain	0.21900	0.22573	0.22049	0.22090	0.22754	0.21842
	CI	0.18277	0.18890	0.18227	0.18181	0.19196	0.18149
	SCIF	0.18278	0.18902	0.18230	0.18233	0.19194	0.18130
	DC	0.18154	0.17690	0.17980	0.18033	0.19132	0.17831
场景 3	None	0.38005	0.37872	0.38120	0.37788	0.38112	0.38224
	Plain	0.27055	0.26934	0.26959	0.26864	0.27076	0.26936
	CI	0.17876	0.17787	0.17777	0.17740	0.18067	0.17790
	SCIF	0.17875	0.17790	0.17778	0.17755	0.18054	0.17786
	DC	0.17921	0.17845	0.17837	0.18441	0.18369	0.17836
场景 4	None	0.33048	0.33485	0.32823	0.33131	0.33858	0.32909
	Plain	0.28935	0.29457	0.28658	0.28767	0.29814	0.28544
	CI	0.26249	0.26715	0.25953	0.25983	0.27136	0.25852
	SCIF	0.26250	0.26734	0.25955	0.26045	0.27142	0.25833
	DC	0.24892	0.24971	0.24739	0.24580	0.25693	0.24896

(Normalized Estimation Error Squared, NEES) 指标来对 T2TF-DC 算法的统计特性进行评估。如图3.7a-3.7c所示, 就其他目标而言, NEES 的测试表明于其他协方差交叉的目标级轨迹融合方法没有较大差异。在异步场景(场景 2)中, T2TF-DC 方法在置信区间内的点较其他方法更为集中, 展现了更好的对误差水平的估计, 表明了目标级轨迹融合过程中没有损失整个系统的滤波误差估计。然而, 在高噪声环境(场景 3)和一些不符合 NCT 运动模型的目标机动(5 号目标)时, T2TF-DC 在 NEES 检验下的效果不佳, 这是因为局部传感器的 EKF 跟踪滤波器效果被较大程度的弱化, 破坏了整体的目标级轨迹融合效果。

3.7 本章小结

针对传感器时空同步配准失效、数据丢失等问题, 传统的协方差交叉方法在全球轨迹的精确估计和融合方面存在重大挑战。通过引入基于动态共识的目标级轨迹融

表 3.4 速度空间的 RMSE 指标比较, MC= 50.

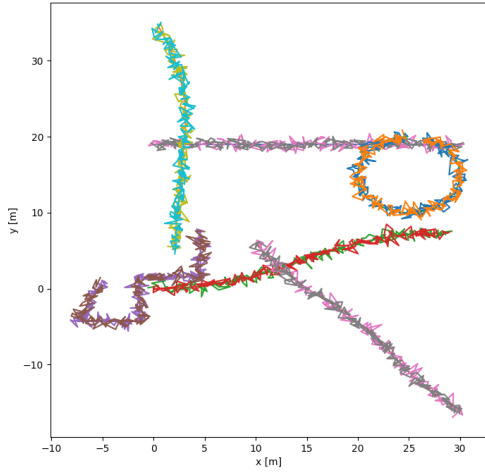
Table 3.4 RMSE in velocity space, MC= 50

场景	算法	目标 1	目标 2	目标 3	目标 4	目标 5	目标 6
场景 1	None	0.46381	0.46761	0.51924	0.47462	0.76823	0.46583
	Plain	0.32882	0.34087	0.40916	0.33345	0.69325	0.33256
	CI	0.07083	0.13582	0.26043	0.10197	0.61206	0.09961
	SCIF	0.07025	0.13527	0.25982	0.10174	0.61133	0.09869
	DC	0.07356	0.13007	0.26129	0.10854	0.61693	0.10660
场景 2	None	0.69072	0.70025	0.73086	0.70424	0.93246	0.69922
	Plain	0.49485	0.50663	0.54704	0.50570	0.79656	0.50148
	CI	0.10846	0.16353	0.27758	0.15176	0.63164	0.14655
	SCIF	0.10761	0.16272	0.27683	0.15129	0.63114	0.14554
	DC	0.09738	0.15831	0.26869	0.15074	0.62853	0.14279
场景 3	None	1.15545	1.16819	1.20382	1.19477	1.41198	1.19369
	Plain	0.83898	0.85787	0.89827	0.87503	1.13666	0.87833
	CI	0.26364	0.29502	0.41156	0.36390	0.81170	0.36166
	SCIF	0.26176	0.29290	0.40975	0.36199	0.81110	0.35941
	DC	0.28641	0.30140	0.41982	0.36297	0.81210	0.36361
场景 4	None	0.70758	0.70194	0.75859	0.71784	0.94682	0.71653
	Plain	0.49858	0.49685	0.54868	0.50066	0.79441	0.50138
	CI	0.10941	0.16200	0.27217	0.14965	0.63220	0.15095
	SCIF	0.10856	0.16128	0.27145	0.14925	0.63142	0.14990
	DC	0.10837	0.16019	0.26731	0.14877	0.63095	0.14688

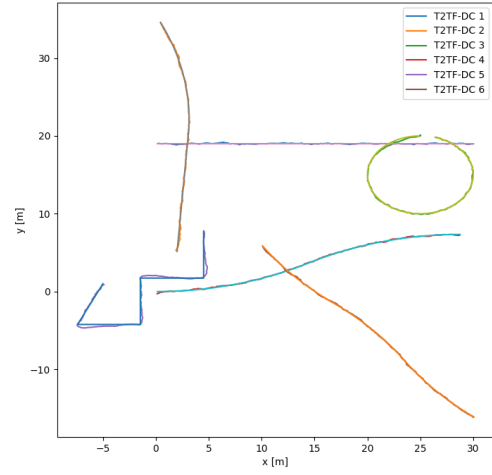
合方法 (T2TF-DC), 建立传感器网络模型描述局部传感器的通信拓补关系, 实现对传统共识协议的扩展。该方法建立基于动态共识机制的全局目标级轨迹融合估计体系而不是协方差交叉的传统框架, 建立传感器之间的通信评估机制, 诊断和处理传感器时延与数据丢失带来的不确定性, 确保全局融合结果的连贯性与稳定性。

在理论分析方面, 利用李雅普诺夫稳定性判据, 通过将共识向量分解为共识信息与共识误差分量, 分别构造标量函数并论证其导函数的负定性, 系统性的证明了 T2TF-DC 方法在选定参数条件下具有收敛性。进一步通过超参数敏感性实验分析解释了调节 θ 参数可以有效平衡收敛过程的稳定性与波动幅度, 同时发现该方法对测量噪声的敏感性特征。

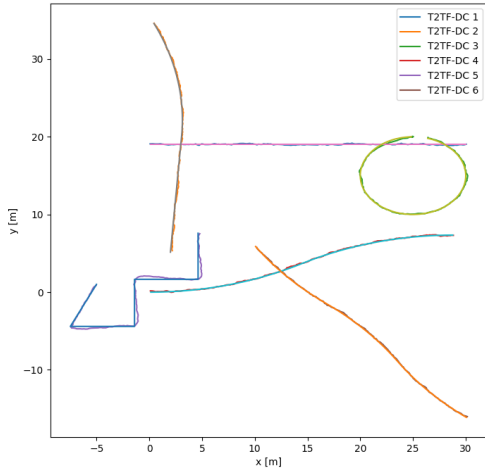
在实验验证方面, 设计了多场景对比试验框架将 T2TF-DC 同业界其他的目标级轨迹融合算法进行蒙特卡洛对比实验。实验结果表明在常规环境与高噪声环境下, 传统方法 (CI, SCIF 等) 虽保持较好性能, 但在传感器时延与数据丢失场景中, T2TF-



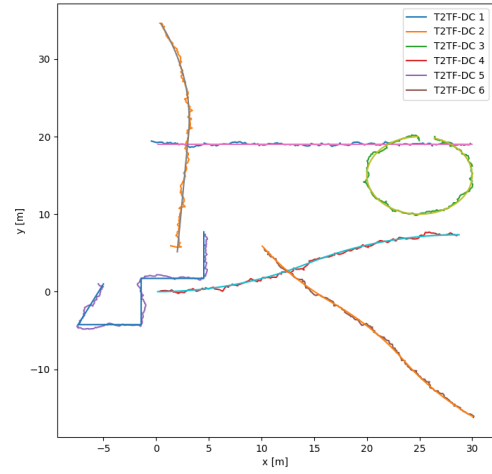
(a) 原始轨迹数据



(b) T2TF-DC 场景 1 的全局轨迹估计数据



(c) T2TF-DC 场景 2 的全局轨迹估计数据



(d) T2TF-DC 场景 3 的全局轨迹估计数据

图 3.6 轨迹估计数据

Figure 3.6 Estimated tracks of T2TF-DC

DC 方法在 RMSE 指标上均表现出显著优势。NEES 检验表明, 在传感器时延场景下 T2TF-DC 较其他算法展现出更集中化的分布, 证明 T2TF-DC 在时延场景下的目标级轨迹融合过程中的鲁棒特性。综合理论证明与实验结果, T2TF-DC 方法为解决多传感器多目标跟踪系统面临的难题提供了一个有效的创新解决方案, 具有较好的后续研究价值。

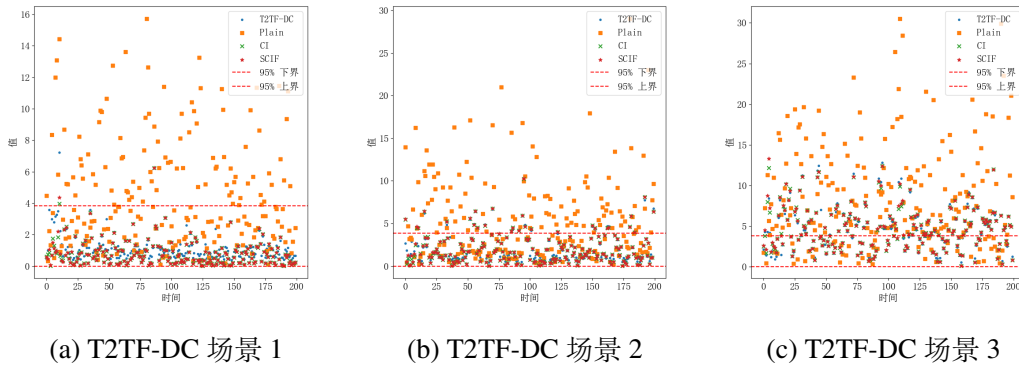


图 3.7 不同场景下的 NEES 指标数据 (4 号目标)
Figure 3.7 NEES tests of different scenes (Target 4)

3.8 不足与研究展望

- 本章研究聚焦点目标跟踪场景，尚未涉及扩展目标的形态学信息，在接下来的第四章中将会讲述动态共识方法在扩展目标跟踪系统上的应用，提升在自主无人系统感知任务中对目标状态描述的完备性。
- 当前的 T2TF-DC 目标级轨迹融合框架未充分考虑数据关联的复杂性。后续需深入研究大规模传感器网络中的轨迹关联 (T2TA) 问题，以增强多目标跟踪的可拓展性。
- 现有的对比试验在算法组件分析方面存在局限。在第四章中将分别对不同的本地滤波器算法的 T2TF-DC 目标级轨迹融合过程进行分析对比，系统性评估不同本地跟踪滤波器对 T2TF-DC 全局融合估计的影响。

第4章 基于动态共识的轮廓量测扩展目标级轨迹融合系统

4.1 引言

扩展目标状态估计是指对同时包含目标动态信息和形态学信息的目标状态估计算法。在该研究领域诞生以来，学术界主要对扩展目标模型和扩展状态估计这两个维度展开研究。大多现有扩展状态估计算法（MEM-EKF，JPDA-IMM）等算法针对的是雷达信号（量测产生在扩展目标内部），但是随着传感器技术的发展，激光雷达（LiDAR）拥有更好的感受野（Field of View, FOV）和点云密度（Point Cloud Density）成为无人系统中流行的传感器配置。因此，基于激光雷达数据进行目标状态估计的方法，已成为无人系统领域跟踪任务研究的关键方向之一。在第2.6.2中提到，在真实数据中，激光雷达生成的目标点云往往分布在物体的轮廓上，若目标为车辆，则会呈L形，也被称为“L-Shape”现象。该现象会导致现有的扩展状态估计算法会失准，对状态估计效果产生影响。L-Shape现象是指传感器（如激光雷达）的点云分布在矩形目标的边缘上，形似“L”。L-Shape单指对矩形目标的点云分布特征。轮廓量测是指激光雷达等一系列传感器只能得到目标轮廓上反应的测量值，这种特征统称为轮廓量测。因此，本章提出了对激光雷达的轮廓量测特性进行针对性处理的改进ContourRM算法，通过几何特征估计扩展中心的同时，使用基于主成分分析的方式检验轮廓量测分布在目标一条边、两条边的两种形态，并分别进行处理。此外，本章还针对多激光雷达场景，构建基于第三章提出的动态共识机制的Contour-T2TF-DC扩展目标跟踪处理流程，并通过实验分析其对扩展目标状态估计各指标的影响。

4.2 随机矩阵模型

在正式引入轮廓量测模型前，基于Koch提出的随机矩阵模型^[21]，回顾相关的基本理论。

4.2.1 动态模型

本章考虑使用2D空间下的激光雷达对矩形目标（车辆）进行跟踪。主要的跟踪方法使用基于贝叶斯方法的滤波算法，在该框架中，定义跟踪过程的状态向量为

$$\mathbf{x}_k = [x \ y \ \dot{x} \ \dot{y} \ \theta_k \ L \ W]^\top \quad (4-1)$$

其中, L, W 分别表示矩形目标的长和宽, 对应在椭圆目标中是椭圆的长短轴。假设目标以恒定的速度在零均值高斯白噪声环境中运动。假设所有的量测都是激光雷达生成的, 即每个测量值都具有 L-Shape 特征, 其详细的仿真数据生成流程将在第4.6.1节详细阐述。整个状态空间的表达式如下

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \quad (4-2)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (4-3)$$

与式 (3-2) 类似, $\mathbf{w}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 分别为系统的过程噪声和观测噪声, $\mathbf{z}_k$ 是激光雷达的测量。

4.2.2 动态状态模型和扩展状态模型

在随机矩阵滤波算法中, 把系统的动态状态和扩展状态分别处理。随机矩阵滤波框架通过联合概率密度实现运动状态与扩展状态的耦合估计, 其中动态状态服从高斯分布; 扩展状态服从逆威沙特 (Inverse Wishart) 分布。为建立可处理的数学模型, 将目标状态分解为运动状态向量 $\mathbf{x}$ 和扩展状态向量 $\mathbf{e}$ 两个分量:

$$p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{e}_k, Z^{k-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}; \mathbf{x}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1} \otimes \mathbf{e}_k) \quad (4-4)$$

$$p(\mathbf{e}_{k-1}|Z^{k-1}) = \mathcal{IW}(\mathbf{e}_{k-1}; \nu_{k-1|k-1}, \mathbf{e}_{k-1|k-1}) \quad (4-5)$$

$$\propto |\mathbf{e}_{k-1}|^{-(1/2)\nu_{k-1|k-1}} \exp(\text{tr}(-\frac{1}{2}\mathbf{e}_{k-1|k-1}\mathbf{e}_{k-1}^{-1})). \quad (4-6)$$

其中 $p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{e}_k, Z^{k-1})$ 表示 $k-1$ 时刻动态状态的后验概率密度函数, $p(\mathbf{e}_{k-1}|Z^{k-1})$ 为 $k-1$ 时刻扩展状态的后验概率密度函数。 $\otimes$ 表示 Kronecker 积运算符, 其张量运算规则满足:

$$A \triangleq \{a_{ij} | i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n\} \quad (4-7)$$

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

关于 $\mathcal{N}$ 高斯分布, 对于一个具有期望 $\mathbf{a}$ 方差 Σ 的随机变量 $\mathbf{x}$ 有

$$\mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{a}, \Sigma) = |2\pi\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp(\text{tr}(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a})'\Sigma^{-1})). \quad (4-9)$$

关于逆威沙特分布 (IW 分布), 设 $d \times d$ 维对称正定随机矩阵 $\mathbf{X}$ 服从逆威沙特分布, 其概率密度函数为

$$\mathcal{IW}(\mathbf{e}; a; \mathbf{A}) = \frac{1}{z} |\mathbf{A}|^{\frac{1}{2}(a-d-1)} |\mathbf{e}|^{-\frac{1}{2}a} \exp(\text{tr}(-\frac{1}{2}\mathbf{A}\mathbf{e}^{-1})), \quad (4-10)$$

$$a > 2d. \quad (4-11)$$

其中自由度参数需满足 $a > 2d$ ，尺度矩阵 $\mathbf{A}$ 为 $d \times d$ 维对称正定随机矩阵， z 为归一化参数。根据上述分布假设，建立动态状态的状态空间表达式

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k|k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{v}_k \quad (4-12)$$

$$\Phi_{k|k-1} = \mathbf{J}_{k|k-1} \otimes \mathbf{I}_d \quad (4-13)$$

对于过程噪声 $\mathbf{v}_k$ 产生的协方差矩阵 $\mathbf{Q}_{d,k|k-1}$ ，有

$$\mathbf{Q}_{d,k|k-1} = \Delta_{k|k-1} \otimes \mathbf{e}_k \quad (4-14)$$

$$\Delta_{k|k-1} = \Sigma^2 (1 - \exp(-2(t_k - t_{k-1})/\theta)) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-15)$$

其中 Σ 是标量加速度均方根参数， θ 表示机动时间常数参数。系统噪声是带限的高斯加速度噪声过程 (Band-limited Gaussian Acceleration Noise Process)，其协方差与扩展状态 $\mathbf{e}_k$ 成正比。这会导致扩展目标中心的加速度沿椭圆的长轴方向运动。这也是协方差矩阵在几何特征中呈现椭圆形态的原因。

现在根据式 (4-12)，按照卡尔曼滤波的思想推导式 (4-7) 的估计和更新公式

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{e}_k, Z^{k-1}) = \int \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; (\mathbf{J}_{k|k-1} \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{k-1|k-1} \otimes \mathbf{x}_k) \quad (4-16)$$

$$\times \mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}; \mathbf{x}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1} \otimes \mathbf{e}_k) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (4-17)$$

$$= \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{x}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1} \otimes \mathbf{e}_k) \quad (4-18)$$

将式 (4-16)-(4-17) 做 Kronecker 积展开得到

$$\mathbf{x}_{k|k-1} = (\mathbf{J}_{k|k-1} \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_{k-1|k-1} \quad (4-19)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{J}_{k|k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{J}_{k|k-1}' + \mathbf{Q}_{k|k-1} \quad (4-20)$$

对于扩展状态的估计与更新，由于目标扩展状态具有时不变特性，其估计期望可保持为 $\mathbf{e}_{k-1}$ 。为实现目标形态演化表征，需建立包含旋转、膨胀及收缩效应的形变矩阵，因此需对自由度参数 ν 进行时变修正，在此之前，扩展状态的估计可表示为卡尔曼滤波形式

$$p(\mathbf{e}_k | \mathbf{e}_{k-1}) = \mathcal{W}(\mathbf{x}_k; \delta_{k|k-1}, \frac{\mathbf{e}_{k-1}}{\delta_{k|k-1}}) \quad (4-21)$$

$$\propto |\mathbf{e}_{k-1}|^{-\frac{\delta_{k|k-1}}{2}} |\mathbf{e}_k|^{\frac{\delta_{k-1|k-1}-d-1}{2}} \times \exp(\text{tr}(-\frac{1}{2} \delta_{k-1|k-1} \mathbf{e}_k \mathbf{e}_{k-1}^{-1})) \quad (4-22)$$

其中 $p(\mathbf{e}_k | \mathbf{e}_{k-1})$ 表示对扩展状态 $\mathbf{e}_k$ 的估计，假设该状态转移矩阵服从威沙特分布，其期望为 $E[\mathbf{e}_k | \mathbf{e}_{k-1}] = \mathbf{e}_{k-1}$ 。显然，随着时间推移，估计可能会失去准确性，因此需要

设计一个演化参数 $\delta_{k|k-1}$

$$\delta_{k|k-1} = \delta \exp(-(t_k - t_{k-1})/\tau) \quad (4-23)$$

其中这个演化参数拥有两个参数 δ 和 τ 。利用这个演化参数，可以随时间自适应调整目标的扩展状态，并导出

$$p(\mathbf{e}_k | Z^{k-1}) = \int \mathcal{W}(\mathbf{e}_k; \delta_{k|k-1}, \frac{\mathbf{e}_{k-1}}{\delta_{k|k-1}}) \quad (4-24)$$

$$\times \mathcal{IW}(\mathbf{e}_{k-1}; \nu_{k-1|k-1}, \mathbf{e}_{k-1|k-1}) d\mathbf{e}_{k-1} \quad (4-25)$$

$$= \mathcal{B}(\mathbf{e}_k; \frac{1}{2}\delta_{k|k-1}, \frac{1}{2}(\nu_{k-1|k-1} - d - 1), \mathbf{e}_{k-1|k-1}/\delta_{k|k-1}) \quad (4-26)$$

$$\approx \mathcal{IW}(\mathbf{e}_k; \nu_{k|k-1}^*, \mathbf{e}_{k|k-1}^*). \quad (4-27)$$

其中 $\mathcal{B}$ 为广义贝塔分布 (Generalized Beta Distribution)，其概率密度函数定义为

$$\mathcal{B}(\mathbf{e}; a, b, A, B = O) = \frac{1}{Z} |A|^b |\mathbf{e}|^{a-(d+1)/2} |A + \mathbf{e}|^{-(a+b)} \quad (4-28)$$

其中 a, b 是标量自由度参数， A, B 是 $d \times d$ 维对称正定参数矩阵， Z 是归一化参数。由于广义贝塔分布可以近似看作同期望同方差的逆威沙特分布，所以可以根据此近似得到式 (4-26) 中的广义贝塔分布的期望与方差和式 (4-27) 中的逆威沙特分布的期望与方差相等，于是可以导出基本的滤波迭代更新公式和参数之间的函数关系，后续将会详细讲述导出过程。

$$\mathbf{e}_{k|k-1}^* = \mathbf{e}_{k|k-1}^*(\nu_{k|k-1}, \mathbf{e}_{k|k-1}) \quad (4-29)$$

$$\nu_{k|k-1}^* = \nu_{k|k-1}^*(\nu_{k|k-1}, \mathbf{e}_{k|k-1}). \quad (4-30)$$

4.2.3 观测模型和扩展中心似然函数

在明确扩展目标状态估计中各状态的概率密度函数及其贝叶斯分析公式后，需要构建完整的扩展目标滤波跟踪的估计和更新架构。在传感器的观测过程中，单次测量反映的是扩展中心可能存在的空间区域（轮廓）。设计传感器观测模型时，测量误差应源自测量过程本身，而非目标中心的理论位置。因此，基于每个测量点对应的观测系统，其在扩展状态上的核心目标是准确估计扩展目标中心的扩展状态，故观测方程可表示为：

$$(h_k^1 \mathbf{I}_d, h_k^2 \mathbf{I}_d, h_k^3 \mathbf{I}_d) = \mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d \quad (4-31)$$

在本研究中，观测矩阵 $\mathbf{H}_k = [1, 0, 1]$ 表示从极坐标系（二维距离和方位角）转换到笛卡尔坐标系的转换矩阵。在笛卡尔坐标系上，可将传感器测量值建模为对目标形

态中心的观测过程, 其中测量噪声与扩展状态 $\mathbf{e}_k$ 共同构成似然函数 $p(Z_k, n_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{e}_k)$ 的要素。该似然函数定量描述了量测数据与目标动态状态 $\mathbf{x}_k$ 和扩展状态 $\mathbf{e}_k$ 的概率关联特性。在此框架下, 通过融合多源观测信息可实现目标空间扩展特征的联合估计。

为实现扩展目标的形态参数估计, 需构建完备的似然函数体系。首先假设传感器测量值在给定目标动态状态 $\mathbf{x}_k$ 和扩展状态 $\mathbf{e}_k$ 条件下独立, 且测量集大小 n_k 服从与目标状态无关的均匀分布, 即 $p(n_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{e}_k)$ 是常数。基于此理论框架, 按以下步骤构建概率模型:

1) 归一化:

$$p(Z_k, n_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{e}_k) = \prod_{j=1}^{n_k} \mathcal{N}(\mathbf{z}_k^j; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k, \mathbf{e}_k) \quad (4-32)$$

$$\propto \mathcal{N}(\mathbf{z}_k; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k, \frac{\mathbf{e}_k}{n_k}) \mathcal{LW}(\mathbf{Z}_k; n_k - 1, \mathbf{e}_k) \quad (4-33)$$

其中扩展中心的测量 $\mathbf{z}_k$ 和相应的散布矩阵 $\mathbf{Z}_k$ 定义为

$$\mathbf{z}_k \triangleq \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} \mathbf{z}_k^j \quad (4-34)$$

$$\mathbf{Z}_k \triangleq \sum_{j=1}^{n_k} (\mathbf{z}_k^j - \mathbf{z}_k)(\mathbf{z}_k^j - \mathbf{z}_k)' \quad (4-35)$$

而 $\mathcal{LW}(\mathbf{Z}_k; n_k - 1, \mathbf{e}_k)$ 是威沙特分布的一部分, 下面称为部分威沙特分布

$$\mathcal{LW}(\mathbf{Z}_k; n_k - 1, \mathbf{e}_k) = |\mathbf{e}_k|^{(n_k-1)/2} \exp(\text{tr}(-\frac{1}{2} \mathbf{Z}_k \mathbf{e}_k^{-1})) \quad (4-36)$$

2) 模型调整: 当目标轨迹诞生和消亡时, 测量集大小 n_k 的统计特性服从泊松分布, 其期望参数由当前目标的扩展状态矩阵 $\mathbf{e}$ 决定。对于二维及以上空间 ($d \geq 2$), 矩阵迹运算 $\text{tr}(\mathbf{e}^{\frac{1}{2}})$ 可解析表示目标椭圆散步的等效半径, 该半径由半轴长度的几何均值定义。当目标的扩展状态呈圆形时, 该等效半径可以精准反应目标的扩展状态模型。

4.2.4 估计更新迭代

基于上述建模, 可构建随机矩阵框架下的贝叶斯递推公式, 其估计与更新过程通过概率密度函数的闭合形式解析实现, 有

$$p(Z_k, n_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{e}_k) p(\mathbf{x}_k, \mathbf{e}_k | \mathbf{Z}^{k-1}) \quad (4-37)$$

$$\mathcal{N}(\mathbf{z}_k; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k, \frac{\mathbf{e}_k}{n_k}) \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{x}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1} \otimes \mathbf{e}_k) \quad (4-38)$$

$$\times \mathcal{LW}(\mathbf{Z}_k; n_k - 1, \mathbf{e}_k) \mathcal{IW}(\mathbf{e}_k; \nu_{k|k-1}, \mathbf{e}_{k|k-1}). \quad (4-39)$$

其中, 式 (4-38) 表示系统的动态状态, 有

$$\mathcal{N}(\mathbf{z}_k; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d)\mathbf{x}_k, \frac{\mathbf{e}_k}{n_k})\mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{x}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1} \otimes \mathbf{e}_k) \quad (4-40)$$

$$= \mathcal{N}(\mathbf{z}_k; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d)\mathbf{x}_{k|k-1}, \mathbf{S}_{k|k-1}\mathbf{e}_k)\mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \mathbf{x}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k} \otimes \mathbf{e}_k) \quad (4-41)$$

其中, 对 $\mathcal{N}(\mathbf{z}_k; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d)\mathbf{x}_k, \frac{\mathbf{e}_k}{n_k})$ 变形, 根据威沙特分布的定义后得到

$$\mathcal{N}(\mathbf{z}_k; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d)\mathbf{x}_k, \frac{\mathbf{e}_k}{n_k}) \quad (4-42)$$

$$\propto |\mathbf{e}_k|^{-\frac{1}{2}} \exp(\text{tr}(-\frac{1}{2}\mathbf{N}_{k|k-1}\mathbf{e}_k^{-1})) \quad (4-43)$$

其中 $\mathbf{N}_{k|k-1}$ 称为新息协方差矩阵, 对比左右两式得到新息协方差矩阵的计算方法:

$$\mathbf{N}_{k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1}^{-1}(\mathbf{z}_k - (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d)\mathbf{x}_{k|k-1})(\mathbf{z}_k - (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d)\mathbf{x}_{k|k-1})' \quad (4-44)$$

最后, 将式 (4-41) 整理后得到

$$\mathbf{x}_{k|k} = \mathbf{x}_{k|k-1} + (\mathbf{W}_{k|k-1} \otimes \mathbf{I}_d)(\mathbf{z}_k - (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d)\mathbf{x}_{k|k-1}) \quad (4-45)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{W}_{k|k-1}\mathbf{S}_{k|k-1}\mathbf{W}_{k|k-1}' \quad (4-46)$$

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k' + \frac{1}{n_k} \quad (4-47)$$

$$\mathbf{W}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k'\mathbf{S}_{k|k-1}^{-1} \quad (4-48)$$

对于扩展状态, 将式 (4-39) 展开

$$\mathcal{LW}(\mathbf{Z}_k; n_k - 1, \mathbf{e}_k)\mathcal{IW}(\mathbf{e}_k; \nu_{k|k-1}, \mathbf{e}_{k|k-1})|\mathbf{e}_k|^{-\frac{1}{2}} \quad (4-49)$$

$$\times \exp(\text{tr}(-\frac{1}{2}\mathbf{N}_{k|k-1}\mathbf{e}_k^{-1})) \quad (4-50)$$

$$\propto \mathcal{IW}(\mathbf{e}_k; \nu_{k|k}, \mathbf{e}_{k|k}) \quad (4-51)$$

对比得到简洁的迭代更新公式

$$\mathbf{e}_{k|k} = \mathbf{e}_{k|k-1} + \mathbf{N}_{k|k-1} + \mathbf{Z}_k \quad (4-52)$$

$$\nu_{k|k} = \nu_{k|k-1} + n_k \quad (4-53)$$

4.3 轮廓量测随机矩阵模型

轮廓量测随机矩阵模型是根据激光雷达的测量特性设计的模型。基于 Li 提供的公式和思路^[65], 激光雷达生成的测量值实际在极坐标上, 即 $\mathbf{z} = [d, r]'$, d 和 r 表示极坐标上的极径和极角。本小节以此框架构建的测量模型遵循以下核心假设:

假设 1: 激光雷达每扫描周期进行 n_r 次均匀角度采样, 扫描出的第 i 次方位角的极角测量误差服从高斯分布 $\mathcal{N}(r_i | i \cdot 2\pi/n_r, \Sigma_r^2)$ 。

假设 2: 距离和方位角的测量噪声相互独立, 分别服从高斯白噪声分布。

假设 3: 目标物体表面产生的反射点服从空间泊松过程, 如果存在环境干扰 (如强光源或大雾) 时, 将会生成扰动。假设感知到来自目标物体的有效测量的探测概率为 p_D 。

基于上述假设, 设激光雷达的测量集合为 $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_i\}_{i=1}^n$, 规定传感器位置 $\mathbf{u}_L$ 和目标扩展中心状态 $\mathbf{e}$ 的空间几何关系可以通过极坐标测量模型建立, 其统计特性服从以下分布:

$$d_i \sim \mathcal{N}(c(\mathbf{e}, \mathbf{u}_L, r_i), \Sigma_d^2) \quad (4-54)$$

$$r_i \sim \mathcal{N}(i \cdot 2\pi/n_r, \Sigma_r^2). \quad (4-55)$$

其中 $c(\cdot)$ 表示能够探测到的扩展目标的轮廓边缘函数 $c(\mathbf{e}, \mathbf{u}_L, r_i)$ 代表扩展目标的距离测量结果。

4.3.1 统计几何框架下的扩展中心估计

为了简化分析, 将系统的极坐标原点置于传感器位置上。针对 k 时刻激光雷达单帧扫描测量集 $\mathbf{Z}_k$, 经笛卡尔坐标转换后, 基于椭圆扩展目标假设可得中心估计量:

$$\hat{\mathbf{e}}_k = (\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)/2 \quad (4-56)$$

其中 $\mathbf{m}_1$ 和 $\mathbf{m}_2$ 为穿过椭圆中心的辅助直线 l_3 上的辅助交点。根据假设 1 的扫描角度分布特性, 方位角极值对应的测量值可近似为椭圆切线接触点。目标椭圆轮廓方程可通过这两个切点测量及传感器扫描特性确定 (如图4.1所示)。依据椭圆几何性质有:

1. 正交切线 l_1 和 l_2 的接触点于焦点的连线满足角平分线垂直关系。
2. 扩展中心到 $\mathbf{m}_1$ 和 $\mathbf{m}_2$ 的欧式距离具有对称性

需要注意的是, 如果目标较小或者距离激光雷达较远, 式 (4-56) 的误差可忽略不计。当扩展目标距离趋近无限远 (假设在激光雷达的探测能力范围内), 切线 l_1 和 l_2 将与椭圆的长轴重合, 其中点即为椭圆中心。

根据激光雷达顺序扫描的机制, 首末帧的测量值 $\mathbf{z}_{1,k}$ 和 $\mathbf{z}_{n_k,k}$ 是可以近似为扩展目标椭圆的两个切点。定义笛卡尔坐标下的测量点 $\mathbf{z}_{1,k} = [x_1, y_1]'$, $\mathbf{z}_{n_k,k} = [x_{n_k}, y_{n_k}]'$ 和激光雷达位置 $\mathbf{u}_L = [x_L, y_L]'$, 由此可以推导直线 l_1 和 l_2 的解析式 y_{l_1}, y_{l_2}

$$y_{l_1} = A_1 x + B_1$$

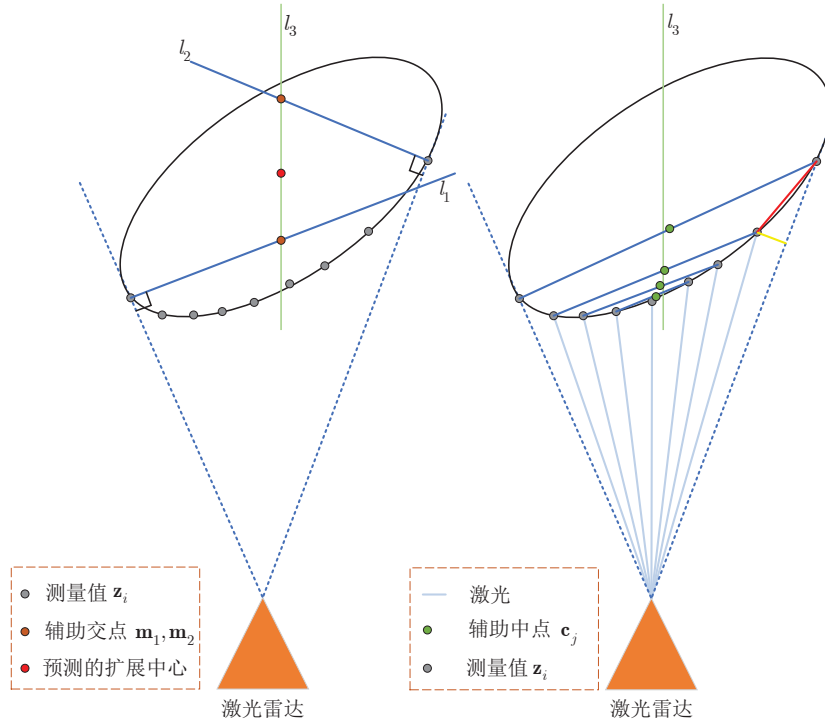
图 4.1 扩展中心估计过程示意图^①

Figure 4.1 Schematic of estimation on the extension center

$$\begin{cases} B_1 = y_1 - A_1 x_1 \\ A_1 = -\frac{x_1 - x_L}{y_1 - y_L} \end{cases} \quad (4-57)$$

$$y_{l_2} = A_2 x + B_2$$

$$\begin{cases} B_2 = y_{n_k} - A_2 x_{n_k} \\ A_2 = -\frac{x_{n_k} - x_L}{y_{n_k} - y_L} \end{cases} \quad (4-58)$$

椭圆中心的直线 l_3 通过扫描扇区测量集合 $\mathbf{Z}_k$ 估计。将极坐标系按角分辨率 $2\pi/n_r$ 划分为若干扫描扇区，如图4.1中右图所示，每个扇区存在空检测或单次检测。通过匹配各个的相邻的测量值生成辅助中点集合 $\mathbf{C} = \{\mathbf{c}_j \triangleq [\bar{x}_j, \bar{y}_j]\}_{j=1}^{n_c}$ ，该集合表示扩展目标轮廓中心线的位置。若某扇区内有多个测量值（如多传感器或高机动场景中），则取该扇区测量值的均值参与计算。得到的辅助中点集通过最小二乘法拟合出直线 l_3 。

^① 感谢作者授权，此图片修改自[65]中的图2。

详细的计算方法如下：

$$y_{l_3} = A_3 x + B_3 \quad (4-59)$$

$$\begin{bmatrix} A_3 \\ B_3 \end{bmatrix} = (C' C)^{-1} C' D \quad (4-60)$$

$$C \triangleq \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \bar{x}_1 & \cdots & \bar{x}_{n_c} \end{bmatrix} \quad (4-61)$$

$$D \triangleq [\bar{y}_1 \quad \cdots \quad \bar{x}_{n_c}]'. \quad (4-62)$$

现在得到了 l_1, l_2, l_3 的解析式，由此可以得到 $\mathbf{m}_1$ 和 $\mathbf{m}_2$ 两个辅助交点的坐标：

$$\mathbf{m}_1 = \left[\frac{B_3 - B_1}{A_1 - A_3} \quad A_1 \frac{B_3 - B_1}{A_1 - A_3} + B_1 \right]' \quad (4-63)$$

$$\mathbf{m}_2 = \left[\frac{B_3 - B_2}{A_2 - A_3} \quad A_2 \frac{B_3 - B_2}{A_2 - A_3} + B_2 \right]' \quad (4-64)$$

实际应用中，受限于激光雷达角精确度（一般激光雷达的角分辨率在 $0.5^\circ - 1.2^\circ$ 之间）及远距离探测条件， l_3 的拟合解析式存在误差。因此需要设定一个阈值 n_{thres} ，当辅助中点的数量 $n_c \geq n_{\text{thres}}$ 时，将使用上述几何拟合办法进行计算；当 $n_c < n_{\text{thres}}$ 时，将使用经典的随机矩阵的方法，通过对测量 $\mathbf{Z}_k$ 的加权平均来计算

$$\hat{\mathbf{e}}_k = \begin{cases} (\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)/2, & n_c \geq n_{\text{thres}} \\ \sum_{i=1}^{n_k} w_{i,k} \mathbf{z}_{i,k}, & n_c < n_{\text{thres}} \end{cases} \quad (4-65)$$

其中 $w_{i,k}$ 反映扩展目标 $\mathbf{z}_{i,k}$ 的轮廓会倾斜（各向异性）而产生权重。由于扩展目标存在各向异性特征导致其测量值的空间分布呈现非均匀特性，该权值参数主要用于量化目标形态偏转对测量值分布密度的影响。该权重计算方法如下：

$$w_{i,k} = \tau \frac{(\mathbf{z}_{i,k} - \mathbf{z}_{i+1,k})' (\mathbf{z}_{i,k} - \mathbf{z}_{i+1,k})}{(\min(d_{i,k}, d_{i+1,k})) (2 - 2 \cos(|r_{i,k} - r_{i+1,k}|))} \quad (4-66)$$

$$\tau = \frac{n_k}{\sum_{i=1}^{n_k} w_{i,k}} \quad (4-67)$$

其中 $\mathbf{z}_{i+1,k}$ 表示和 $\mathbf{z}_{i,k}$ 相邻的测量（间隔一个角分辨率单位）， τ 是一个归一化常数。在几何意义上，式 (4-66) 的分子对应图4.1上的红线的长度，而分母则对应于黄线的长度。通过对式 (4-66) 的加权处理，可以有效降低扩展中心的估计误差。

基于上述几何拟合或加权处理方法得到的扩展中心估计值，在后续随机矩阵滤波方法的估计和更新过程中，将采用基于威沙特分布的贝叶斯框架进行递推计算。具体而言，通过将当前时刻的状态向量（包含动态状态和扩展状态）代入测量似然函

数,实现对目标运动轨迹和扩展形态的联合估计,从而更新系统对扩展目标的更新和迭代过程。

以上即为基于轮廓量测和激光雷达测量模型修改的随机矩阵方法,需要指出的是,在当前构建的椭圆扩展目标模型虽然能够有效描述多数对称目标的轮廓特征,但在处理具有直角结构的矩形目标是存在局限性。比较矩形扩展目标和椭圆扩展目标的特点,存在两个显著差异:

1. 在矩形扩展目标估计下,通常沿用“长轴、短轴、方位角”这三个椭圆要素来描述矩形扩展目标,因为长轴和短轴正好对应矩形的长和宽。但是,矩形扩展目标在轴向上的变化会导致非连续的测量值分布。
2. 在矩形扩展目标的直角顶点处,激光雷达的反射强度会突变,引入激光雷达观测时的聚集效应,即会导致在估计扩展中心时对长轴短轴的估计不准。

4.4 扩展目标的缩放因子

在第4.2节对测量的假设可以看出,每个 n_k 个测量值都被视为是扩展中心位置的正态分布测量 $\mathbf{z}_{i,k}$, 即

$$\mathbf{z}_{i,k} = \mathbf{r}_k + \mathbf{w}_{i,k} = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_{i,k} \quad (4-68)$$

在式 (4-68) 看出, 扩展状态的误差协方差由扩展状态的测量值 $\mathbf{e}_k$ 决定。在第4.2节中介绍了一个扩展状态测量似然函数来利用传感器数据来估计这个协方差。然而, 现实世界的激光雷达的角分辨率有限, 激光雷达对扩展目标的测量集总是会集中在物体的某一角 (L-Shape 聚集效应), 尽管激光雷达的假设测量值在扩展目标轮廓上呈现均匀分布。所以如果没有关于扩展中心的先验知识, 这些扩展中心可能会在基于不同时刻的测量集的估计后发生变化。例如在某一时刻, 激光雷达对扩展目标的测量值分布在扩展目标的左前顶点处, 但在一段时间过后, 测量值分布可能转移到右侧或右后顶点处。在这种情况下, 由于测量值似然函数假设基于的正态分布和实际的测量分布不匹配, 导致在第4.2节中估计的扩展状态会比真实的扩展状态要小。

4.4.1 椭圆目标的缩放因子

为避免假设的正态分布与实际测量分布失配, 需推导恒定缩放因子 z (Scaling Factor) 以压缩似然函数协方差尺度, 使其适配缩放后扩展状态模型。若仅缩放扩展状态中的轴向尺度 (长轴/短轴), 将影响运动状态估计误差协方差 (见式 (4-15)) 及过程噪声协方差。基于 Feldmann 协方差修正理论^[22], 假设测量噪声 $\mathbf{z}_{j,k}$ 的噪声服从

高斯白噪声分布，其协方差为 $z\mathbf{e}_k$ 。结合式 (4-33)，修正后的似然函数为

$$p(Z_k, n_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{e}_k) = \prod_{j=1}^{n_k} \mathcal{N}(\mathbf{z}_k^j; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k, z\mathbf{e}_k) \quad (4-69)$$

$$\propto \mathcal{N}(\mathbf{z}_k; (\mathbf{H}_k \otimes \mathbf{I}_d) \mathbf{x}_k, \frac{\mathbf{e}_k}{n_k}) \mathcal{LW}(\mathbf{Z}_k; n_k - 1, z\mathbf{e}_k) \quad (4-70)$$

将含有缩放因子 z 似然函数代入随机矩阵方法的新息协方差更新（式 (4-47)）及扩展状态更新（式 (4-52)）中，得到

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k' + \frac{1}{n_k} \quad (4-71)$$

$$\mathbf{e}_{k|k} = \mathbf{e}_{k|k-1} + \mathbf{N}_{k|k-1} + \mathbf{Z}_k \quad (4-72)$$

缩放因子 z 的推导需要借助正定矩阵 $\mathbf{\Sigma}_{d \times d}$ 来表述一个椭圆。在第4.4节中，假设测量点在目标轮廓上服从均匀分布（忽略边缘反射强度差异），其协方差矩阵可近似为测量模型方差。由此可以初步推断 z 的值与扩展目标扩展状态的空间维度 d 相关

$$z = \frac{1}{d+2} \quad \text{for } d = 1, 2, 3. \quad (4-73)$$

针对二维情形，扩展目标扩展状态由一个对称正定矩阵（SPD） $\mathbf{\Sigma}_{2 \times 2} (\mathbf{\Sigma} > 0)$ 描述，对应椭圆面积为 $\pi\sqrt{|\mathbf{\Sigma}|}$ 。设 $\mathbf{x} = [x, y]'$ 是一个服从二维均匀分布 $\mathcal{U}_2(\mathbf{\Sigma})$ 的样本。此时，该均匀分布定义于 $\mathbf{\Sigma}$ 张成的椭圆区域，其概率密度函数为：

$$\mathcal{U}_2(\mathbf{x}; \mathbf{\Sigma}) = \begin{cases} (\pi\sqrt{|\mathbf{\Sigma}|})^{-1} & \text{for } \mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{x} \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4-74)$$

定义协方差矩阵 $\text{Var} \triangleq E[\mathbf{x}'\mathbf{x}]$ ，有

$$\text{Var}[\mathbf{x}] = \frac{1}{\pi\sqrt{|\mathbf{\Sigma}|}} \iint_{\mathbf{x}'\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{x} \leq 1} \mathbf{x}\mathbf{x}' d\mathbf{x} d\mathbf{y}. \quad (4-75)$$

利用椭圆几何特性， $\mathbf{\Sigma}$ 的两个特征值对应是椭圆的长短轴长度。通过 Cholesky 分解 $\mathbf{\Sigma} = \mathbf{C}\mathbf{C}'$ ， $\sqrt{|\mathbf{\Sigma}|} = |\mathbf{C}|$ ，构造线性变换 $\mathbf{v} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{x}$ ，导出

$$\text{Var}[\mathbf{x}] = \frac{1}{\pi} \mathbf{C} \left(\iint_{\mathbf{v}'\mathbf{v} \leq 1} \mathbf{v}\mathbf{v}' d\mathbf{v} d\mathbf{v} \right) \mathbf{C}'. \quad (4-76)$$

化简成极坐标形式，展开得到

$$\iint_{\mathbf{v}'\mathbf{v} \leq 1} \mathbf{v}\mathbf{v}' d\mathbf{v} d\mathbf{v} = \frac{\pi}{4} \mathbf{I}. \quad (4-77)$$

至此，得到协方差 $\text{Var}[\mathbf{x}] = \mathbf{\Sigma}/4$ ，缩放因子 $z = \frac{1}{4}$ 。

4.4.2 矩形扩展目标的缩放因子

在第4.4.1节中可知，椭圆扩展目标的缩放因子为 $z = \frac{1}{4}$ 。各缩放因子对扩展目标扩展状态估计的影响如图4.2a然而在无人系统领域，扩展目标的种类最常见的是各类机动车，其扩展状态可建模成矩形。为了满足在无人系统领域的扩展目标状态估计应用，在随机矩阵框架下，需要另外推导扩展目标为矩形的缩放因子。

受到文献[26]的启发，在该文章中，扩展目标的扩展状态建模是将矩形的4条边建模成服从截断高斯分布的模型。在根据[66]构建的推导中，假设扩展目标的测量值均匀分布在扩展目标的轮廓上，如果测量值足够，可以认为测量集是对称的。为推导的方便，可以假设扩展目标的矩形长短轴大小为 LW 。首先，分别将矩形的四个边分别建立均匀分布：

$$f_{\text{upper}}(x, y) = f_1(x, y) = \delta(y - W)\mathcal{U}(x; -L, L) \quad (4-78)$$

$$f_{\text{lower}}(x, y) = f_2(x, y) = \delta(y + W)\mathcal{U}(x; -L, L) \quad (4-79)$$

$$f_{\text{left}}(x, y) = f_3(x, y) = \delta(x + L)\mathcal{U}(y; -W, W) \quad (4-80)$$

$$f_{\text{right}}(x, y) = f_4(x, y) = \delta(x - L)\mathcal{U}(y; -W, W) \quad (4-81)$$

其中 $\delta(\cdot)$ 为单位阶跃函数 (Dirac Delta Function)， $\mathcal{U}$ 为均匀分布概率密度函数。根据对称性，只需考虑扩展目标矩形长和宽的任意一条边即可，即只需要推导长边一条，短边以此类推。为了方便，下面推导省去对 y 的讨论，只保留 x 轴的变量，有

$$f_1(x) = f_2(x) = \mathcal{U}(x; -L, L) \quad (4-82)$$

$$f_3(x) = \delta(x + L) \quad (4-83)$$

$$f_4(x) = \delta(x - L) \quad (4-84)$$

为了得到整个矩形联合分布的方差 σ^2 ，首先需要将四个一维的均匀分布联合成在4个维度上的联合分布。基于激光雷达的测量值均匀分布在扩展目标的轮廓上的假设，这四个均匀分布的权重可以看作是相同的，令权重 $w_i = \frac{1}{4}$ $i \in \{1, \dots, 4\}$ ，即激光雷达测量值落在每条边上的概率相等。由此，可以导出联合分布的方差 σ^2 ：

$$\sigma^2 = \left(\sum_{i=1}^4 w_i (\sigma_i^2 + \mu_i^2) \right) - \mu^2 \quad (4-85)$$

$$\mu = \sum_{i=1}^4 w_i \mu_i. \quad (4-86)$$

根据式 (4-83)-(4-84) 的均匀分布，所有落在这两个边的测量的 x 轴坐标都为 $-L$ 或 L ，因此其对应的均值 $\mu_3 = -L, \mu_4 = L$ 。根据均匀分布的定义，有 $\mu_1 = \mu_2 = \frac{1}{2}(-L + L) = 0$ ，

方差 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \frac{(L - (-L))^2}{12} = \frac{L^2}{3}$ 。综上，代入式 (4-86) 得到：

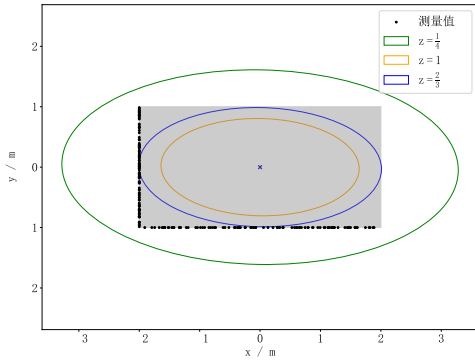
$$\mu = \sum_{i=1}^4 w_i \mu_i = \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{1}{4} \cdot (-L) + \frac{1}{4} \cdot L = 0, \quad (4-87)$$

再将上式代入式 (4-85)，得到

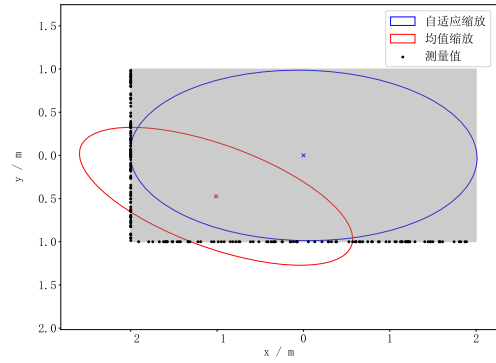
$$\sigma^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{L^2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{L^2}{3} + \frac{1}{4} \cdot (0 + (-L)^2) + \frac{1}{4} \cdot (0 + L^2) \quad (4-88)$$

$$= \frac{L^2}{12} + \frac{L^2}{12} + \frac{3 \cdot L^2}{12} + \frac{3 \cdot L^2}{12} = \frac{2}{3} \cdot L^2. \quad (4-89)$$

根据矩形对称性，可以得到类似的宽度缩放因子 $\sigma_W^2 = \frac{2}{3} \cdot W^2$ 。因此整个矩形的扩展状态缩放因子为 $z = \frac{2}{3}$ 。该缩放因子仅表征在扩展空间中对椭圆长短轴转化成矩形长和宽内的精确缩放因子，对扩展中心的估计并无帮助。如图4.2b所示，尽管两者使用相同的矩形缩放因子，由于激光雷达的遮挡特性 (L-Shape)，在 MEM-EKF 算法中使用的均值缩放方案并不能正确反映扩展目标，需要将矩形缩放因子和第4.3节中引入的自适应的扩展目标中心估计方案（图中简称“自适应缩放”）结合使用，便能对激光雷达产生的量测集进行较为准确的估计。



(a) 矩形扩展目标缩放因子示意图



(b) 自适应缩放与均值缩放对比图

图 4.2 缩放因子与自适应缩放对比图
Figure 4.2 Comparison of scaling factors

4.5 基于动态共识轮廓量测的多传感器扩展目标跟踪系统

本章节介绍了利用动态共识信息的多传感器扩展目标跟踪系统，本章使用的基于动态共识的多传感器目标级轨迹融合方法在第3章中已详细介绍。在本章中主要针

对在多传感器场景下的扩展目标级轨迹融合，并提出针对激光雷达的点云轮廓量测的随机矩阵方法的系统性应用。

4.5.1 系统架构

4.5.1.1 状态空间表达式

本章均使用近匀速运动模型（NCV）的运动模型，根据式 (4-3) 可得到线性的状态转移函数

$$f(\mathbf{x}_k) = \mathbf{F}_k \quad (4-90)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-91)$$

根据 NCV 模型，过程噪声为速度扰动，并服从高斯白噪声分布 $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_d)$ ，噪声协方差矩阵为

$$\mathbf{Q}_d = q \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} & 0 & \frac{T^3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T^4}{4} & 0 & \frac{T^3}{2} \\ \frac{T^3}{2} & 0 & T^2 & 0 \\ 0 & \frac{T^3}{2} & 0 & T^2 \end{bmatrix} \quad (4-92)$$

关于测量噪声协方差，一般设计成位置，速度两个参数的对角矩阵 $\mathbf{R}_d$

$$\mathbf{R}_d = \begin{bmatrix} \sigma_{\text{pos}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{pos}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\text{vel}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\text{vel}}^2 \end{bmatrix} \quad (4-93)$$

4.5.1.2 传感器网络

同第3章的内容，需要对多传感器网络进行建模，利用图论知识，得到传感器网络的关联矩阵（Incidence Matrix）。在本章节场景中，为了尽可能模拟真实世界中无人系统（假定都是搭载激光雷达的车辆）的感知场景，假设传感器每两个一组，意为每辆车搭载两台激光雷达。在车与车之间，建立无向图进行连接，示意图如图3.2所示。

在无人系统感知其他目标的同时，各个无人系统的传输节点理论上会存在网络阻塞或断开连接的情况，这里假设网络断开的概率为 p_d 。后续在仿真实验中将会讨论该参数对信息融合性能的影响。

4.5.1.3 共识信息生成

在获得基于轮廓量测随机矩阵方法的本地轨迹之后，本地轨迹通过无人系统的局域网广播至网络中。若网络连接通畅，各传感器组将会获取邻居节点传感器组的本地轨迹，根据在第3章中介绍的基于动态共识信息的目标级轨迹融合算法 (T2TF-DC)，传感器组将会得到来自邻居节点的本地轨迹，并迭代生成融合其与邻居节点的共识轨迹（详见第三章）。

4.5.1.4 多传感器轮廓量测的随机矩阵方法架构

为运用基于轮廓量测的随机矩阵方法进行扩展目标状态估计，本节建立使用该方法进行估计的完整系统架构。对于一个典型滤波器而言，其一般过程是初始化-估计-更新-迭代，在估计和更新模块中，扩展目标的动态状态和扩展状态分开进行估计和更新。整个扩展目标状态估计伪代码表如算法4.1所示，其中超参数 τ 反映不确定度的变化程度， τ 越大，每次估计扩展状态协方差的不确定度越大。

算法 4.1 基于轮廓量测的随机矩阵扩展目标状态估计方法 (ContourRM)

Data: 初始运动状态协方差 $\mathbf{P}_{ini}$ ，初始扩展状态不确定性 v ，测量噪声矩阵 $\mathbf{R}_{ini}$ ，过程噪声矩阵 $\mathbf{Q}_{ini}$ ，时间步长 T ，超参数 τ ，缩放因子 $z = \frac{2}{3}$ ，时刻 t_k ，扩展空间维度 $\dim = 2$

Result: 估计更新后的状态 $\mathbf{x}_{k|k}, \mathbf{e}_{k|k}$

```

1 if 若未初始化 then
2   初始化参数:  $\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{V} \leftarrow \mathbf{P}_{ini}, \mathbf{R}_{ini}, \mathbf{Q}_{ini}, v$ ;
3   初始化动态状态和扩展状态:  $\mathbf{x}, \mathbf{e} \leftarrow$  式 (4-3), 4-91;
4 else
5   continue;
6 end
7 while 每个时隙 do
8   估计动态状态:  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1} \leftarrow$  式 (4-19)-(4-20);
9   估计扩展状态不确定度:  $\hat{v}_{k|k-1} \leftarrow \exp(-T/\tau) * (v_{k-1} - \dim * 2 - 2) + \dim * 2 + 2$ ;
10  估计扩展状态协方差:  $\hat{\mathbf{V}}_{k|k-1} = \frac{v_{k-1} - \dim - 1}{\hat{v}_{k|k-1} - \dim - 1} \times \mathbf{V}_{k-1}$ ;
11   $\mathbf{R}_{k|k} \leftarrow$  无迹变换 式 (4-97)-(4-100);
12   $\mathbf{e}_{k|k} \leftarrow$  式 (4-65);
13   $\mathbf{x}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}, \mathbf{V}_{k|k} \leftarrow$  式 (4-44)-(4-48), 引入缩放因子式 (4-71)-(4-72);
14 end

```

4.5.2 基于主成分分析的轮廓量测合格性校验机制

在扩展目标状态估计过程中，扩展中心的估计会影响扩展目标的两个状态，因此，合理估计扩展中心非常重要。在激光雷达的量测模型中，由于 L-Shape 特性，得到的轮廓量测只会至多来自扩展目标的两条边（如图4.2b）。若激光雷达的量测只来

自扩展目标的一条边（该情况发生于扩展目标的方向与激光雷达的激光束集垂直的情形），本章中使用在第4.3.1节中介绍的基于统计几何的扩展中心估计方法将会失准，直接导致对扩展中心的坐标估计产生巨大偏差。

为了尽可能消除这种误差，本节设计了一种补偿机制，首先检测所有的测量值是否分布在同一条线上，该步骤使用主成分分析方法（Principal Component Analysis, PCA）进行检测，对于激光雷达的测量集 $\mathbf{z}_k$ ：

$$\bar{\mathbf{z}}_k \triangleq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{z}_{i,k} \quad (4-94)$$

$$C \triangleq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{z}_{i,k} - \bar{\mathbf{z}}_k)(\mathbf{z}_{i,k} - \bar{\mathbf{z}}_k)' \quad (4-95)$$

$$C = U\Lambda U \quad (4-96)$$

其中 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$ 称为特征值矩阵（按特征值大小降序排列）。通过计算判定 $\phi \triangleq \frac{\lambda_2}{\lambda_1} < \phi_{\text{thres}}$ （ ϕ_{thres} 通常取 0.05）来识别该情形。若此情形存在，局部传感器将会标记此次轮廓量测为不合格量测，从而阻止此局部轨迹估计广播至局域网内，在局部共识生成环节内，该传感器在此时刻视为断开连接。邻居传感器的邻接矩阵将会相应发生变化，继续进行局部共识 T2TF-DC 迭代过程，得到经过校验后的局部轨迹。

算法 4.2 基于主成分分析的轮廓量测合格性校验机制

Data: k 时刻下的测量 $\mathbf{z}_k$ ，超参数阈值 ϕ_{thres}

Result: 布尔决策变量 χ_{bool}

- 1 计算样本协方差矩阵: $C \leftarrow$ 式 (4-94)-(4-95);
 - 2 计算特征值矩阵: $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2) \leftarrow$ 式 (4-96);
 - 3 计算特征值商: $\phi \triangleq \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$;
 - 4 决策: $\chi_{\text{bool}} \leftarrow \text{False}$ if $\phi < \phi_{\text{thres}}$ else $\chi_{\text{bool}} \leftarrow \text{True}$
-

4.5.3 基于共识信息的轮廓量测扩展目标跟踪系统流程

如图4.3所示，呈现的流程图构建了一个基于多传感器网络的轨迹估计和目标级轨迹融合及传感器组之间的交互过程。系统在启动阶段将进行参数的初始化配置，然后本地跟踪器通过在传感器组内的测量信息依据算法4.1进行本地轨迹状态估计，生成包含协方差矩阵的轨迹特征向量集。随后本地跟踪器将会广播本地轨迹状态估计至无人系统的局域网中，传感器组将持续检测是否接收到邻居节点的本地轨迹。若接受到本地轨迹，将会构建无线传感器网络获取网络关联矩阵，并使用算法3.1中的 T2TF-DC 迭代方法生成对本地轨迹及邻居节点的目标级轨迹融合的共识估计结果并

再次广播至局域网中。若未接受到本地轨迹估计，将会直接将本地轨迹广播至局域网中。在另一个时隙中，若接收到邻居节点的共识轨迹之后，传感器组将会依据算法3.2的机制，将自身的共识轨迹与接受到的共识轨迹进行判断，选取信息要素最全的全局共识轨迹替代本地轨迹的估计结果。

在该迭代过程中，本地轨迹接收线程与共识轨迹接收线程并行运作，各传感器组持续开展交互融合操作，以此提升传感器组对本地轨迹的估计精度。最终实现整个传感器网络的全局共识，推动扩展目标状态估计器的估计结果更趋精准。

在算法4.2中，简要概括了这种基于主成分分析的轮廓量测合格性校验机制。该机制对整体性能的优化将在第4.6.3节中进行详细介绍和对比。

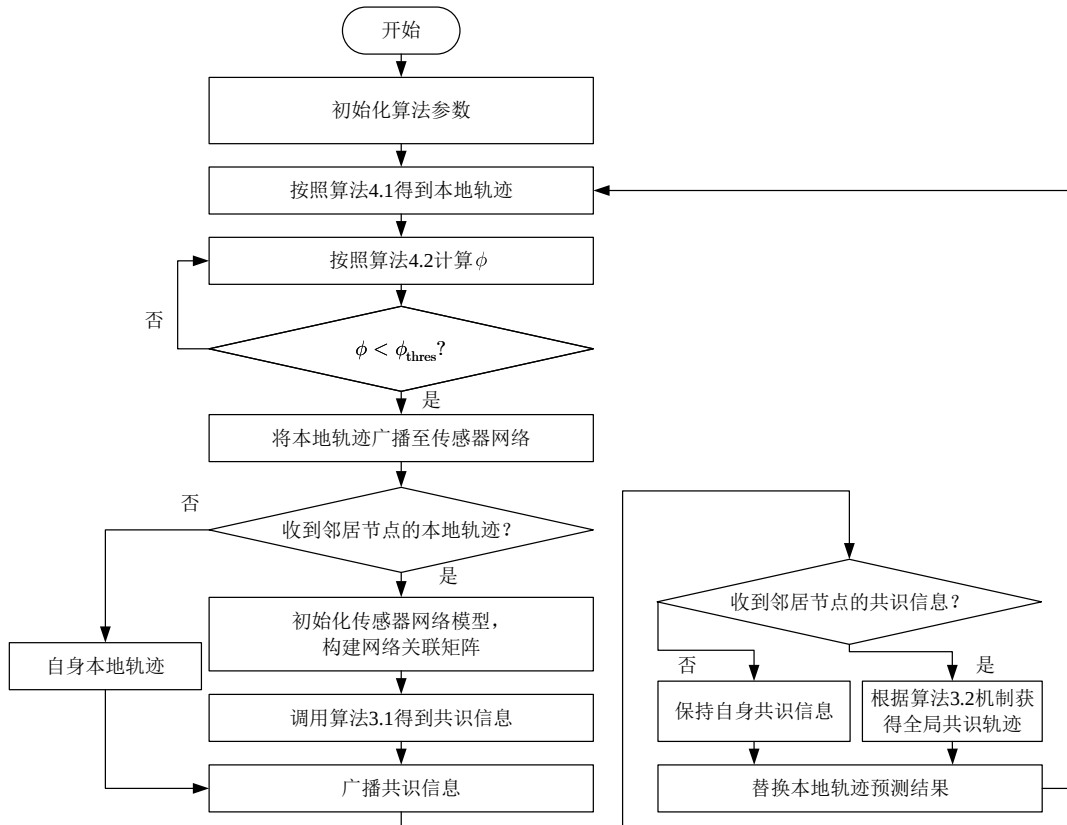


图 4.3 多传感器扩展目标跟踪系统流程图

Figure 4.3 Overview of multisensor extended target tracking system

4.6 仿真实验

为了验证第4.3节介绍的基于轮廓量测的随机矩阵扩展目标状态估计方法（简称为“ContourRM”法）的有效性，本研究围绕业内广泛使用的算法，设计了多组对比仿真实验进行性能比较和定量分析。

4.6.1 基于激光雷达的 L-Shape 特征的数据生成方法

在第4.4节中提到，激光雷达通过检测发出的激光束在目标表面的回波信号，利用时间测距法（Time of Flight）获取相对于激光雷达中心点的极坐标。在经典基于高斯模型采样的数据生成方法忽略了激光雷达的几何特征和 L-Shape 视线遮挡效应。因此，需要建立一个基于激光雷达的几何特征（L-Shape）和视线条件（Line of Sight）约束的数据生成方法。激光雷达每一帧的扫描是通过旋转激光发射器实现 FOV 内的全向扫描（每次扫描间隔一个角分辨率精度）。当接收器检测到有效回波时，通过解算发射与接收时间差计算径向距离 r ，并结合光束指向角 θ 生成极坐标测量值 (r, θ) 。在

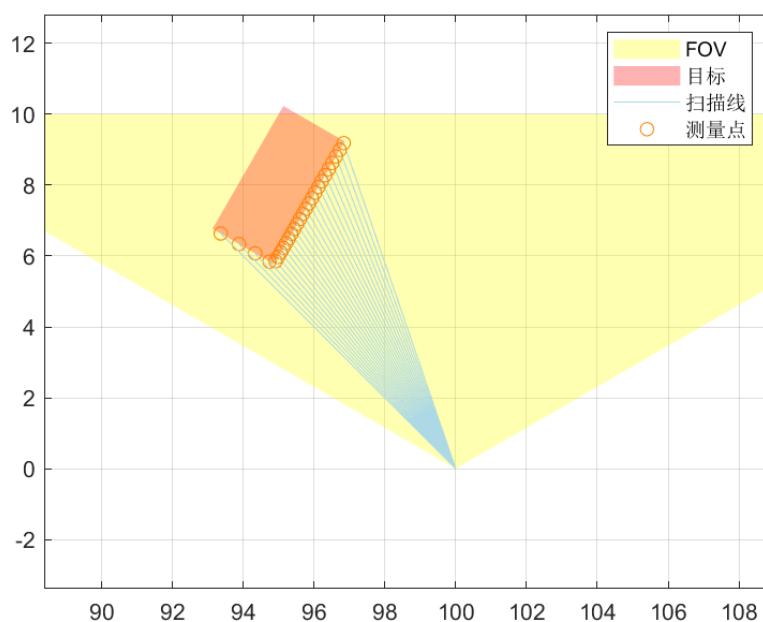


图 4.4 数据生成原理图
Figure 4.4 Data generation schematic

此基础上，本小节设计了基于激光雷达探测特征的数据生成算法，将激光雷达的参数设置成单线，扫描帧率为 10Hz，角分辨率为 0.5° ，最大探测距离为 200m。基于工

程上的经验，由于目标在平面上进行运动和算法的运行效率，虽然激光雷达的测量值是三维坐标，往往将三维空间转化为二维空间内进行研究。如图4.4所示，传感器在笛卡尔坐标系 $[100, 0]$ 处，检测激光束与目标轮廓的矩形边界是否相交，得到的有效的交点即是测量点。为了仿真的真实性，设计的数据生成的噪声模型是基于极坐标的，即在极角和极径上设置测量噪声，然后再通过坐标变换转换到笛卡尔坐标系。为此，基于近恒速模型（NCV），构建以 $t_{\text{turning}} = \{50, 200, 250, 300, 400, 450, 500\}$ 为

表 4.1 多传感器参数设置

Table 4.1 Sensor settings

激光雷达	位置	角度	角分辨率	测量误差参数 $\sigma_{\text{pos}}^2, \sigma_{\text{vel}}^2$
S1	[15, 6]	160°	1°	[0.1, 0.01]
S2	[1, 18]	-60°	1°	[0.1, 0.01]
S3	[5, -2.5]	90°	1°	[0.1, 0.01]

转向点的混合运动轨迹（如图4.5），扩展目标的矩形长宽设置为 $[4, 2]$ 。场景中布置6个传感器为传感器网络，其网络的布置遵循最大覆盖原则，确保车辆的初始轨迹都能被每个传感器感知到以支持跟踪器的初始化过程。车辆的真值轨迹以 100Hz 的频率生成，其行驶速度模拟成低速过程（3m/s），用来模仿人类驾驶员的操作习惯。为了美观，图4.5只绘制了部分扩展目标的矩形轮廓。

为了满足后续仿真实验对多传感器场景的要求，设计了针对多传感器模型的场景。多传感器场景中有3台激光雷达，可以用来模拟为其他车辆或无人系统。每个激光雷达的坐标为和角度如表4.1所示，每个激光雷达的位置是根据车辆搭载激光雷达的位置（车辆的前方两侧角上）推算得到的。在此场景中，如图4.5所示，3台激光雷达分布在目标的不同位置，个别激光雷达并不能完整覆盖目标的全部轨迹。关于测量过程中的测量误差，本场景使用标准差为 0.1m 的极径测量误差和 0.01° 的极角误差。本场景没有针对初始化设计一个起点，因此每种滤波器都需要添加人为的初始化步骤，将真值的状态向量 $\mathbf{x}_0$ 作为估计的估计值输入滤波器中。每种滤波器都会从第二帧开始估计，在后续的仿真实验中，将不会赘述初始化过程。

4.6.2 ContourRM 扩展目标状态估计算法对比仿真试验

为了评价本章介绍的基于轮廓量测的随机矩阵滤波方法（简称“ContourRM”法）的性能，使用5种其他行业内广泛认可的算法进行对比实验，第一种算法是 Feldmann 和 Koch 提出的最经典的随机矩阵方法（简称“Feldmann”法）；第二种是基于几何约

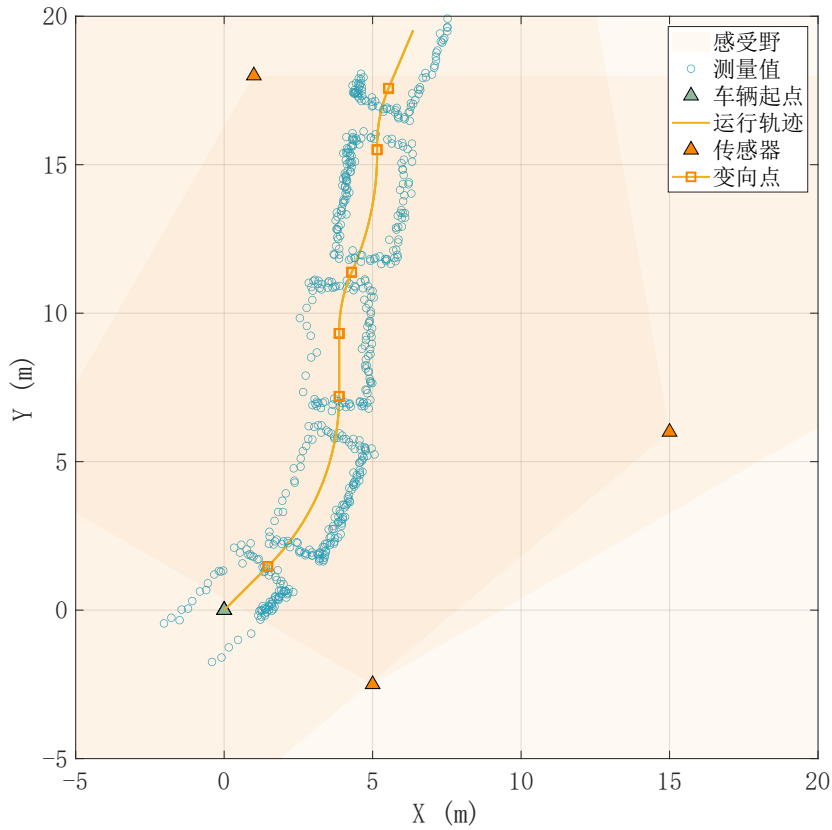


图 4.5 多传感器场景设置

Figure 4.5 Settings of multisensor scenarios

束的轮廓中心估计方法（简称“Li”法）；第三种是基于截断高斯模型的随机矩阵方法（简称“TruncatedRM”法）；第四种是三维延拓的随机矩阵方法（简称“Alqaderi”法）；第五种是目前针对椭圆扩展目标随机矩阵方法的基准方法，基于高斯混合模型的随机矩阵 EKF 滤波（简称“MEM-EKF”法）。为保证对比试验的一致性，所有的算法的初始参数均按照其论文建议的参数进行设置，仅在噪声标准差参数中根据本文仿真场景做适应性调整。由于激光雷达测量噪声的极坐标特性与滤波器的笛卡尔坐标存在非线性差异^[67]，本研究采用无迹变换实现极坐标测量值的坐标变换，保证在坐标系之间的噪声协方差传递过程中的精确性。根据无迹变换理论，能通过极坐标系向笛卡尔坐标系的非线性变换过程中得到笛卡尔坐标系中的测量噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_c$ ，首先，假设有测量 $\mathbf{z} = [r, \theta]$ 的测量噪声协方差为 $\mathbf{R}_p$ ：

$$\mathbf{R}_p \triangleq \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix}. \quad (4-97)$$

无迹变换的 5 个采样点设定为

$$\mathcal{X}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{X}_{1,2} = \pm \sqrt{\mathbf{R}_c} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{X}_{3,4} = \pm \sqrt{\mathbf{R}_c} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-98)$$

其中规定 sigma 点 $\mathcal{X}_i = [r_i, \theta_i]$ 将式 (4-98) 代入极-笛卡尔坐标变换公式, 得到测量点 $\mathcal{X}$

$$\mathcal{X} = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 \begin{bmatrix} (r + r_i) \cos(\theta + \theta_i) - r \cos \theta \\ (r + r_i) \sin(\theta + \theta_i) - r \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (4-99)$$

噪声协方差可由定义导出

$$\mathbf{R}_c = E[\mathcal{X}\mathcal{X}']. \quad (4-100)$$

4.6.2.1 评价指标

1) **并交比 (Intersection over Union, IoU)**: 如[66] 中所介绍, 在扩展目标状态估计任务中, 主要关注的是扩展状态的矩形位置估计是否准确。在该情形下, 评价指标可以使用集合中交并比指标来反映真实的扩展状态和估计的扩展状态之间重叠区域的比例, 对于扩展状态的真值 $\mathbf{e}$ 和估计值 $\hat{\mathbf{e}}$, 有

$$\text{IoU} = \frac{\text{area}(\mathbf{e} \cap \hat{\mathbf{e}})}{\text{area}(\mathbf{e} \cup \hat{\mathbf{e}})}. \quad (4-101)$$

得到的并交比的值在 0 1 之间, 0 代表两者没有交集, 估计的位置完全错误; 1 代表精准估计了目标的扩展状态。如式 (4-101) 所示, 若估计区域与真值区域的重叠面积减小或整体的并集面积扩大, IoU 值将呈现非线性下降趋势, 该趋势可有效反映扩展状态估计的全局精度。在本小节实验中, 不仅需要得到整个过程中每次估计的并交比, 还需要得到整个跟踪过程并交比的平均值、中位数和方差。

2) **高斯瓦瑟斯坦距离 (Gaussian Wasserstein Distance, GWD)**: GWD 也称为推土机距离, 其主要衡量两个概率分布之间的距离。在几何上可以直观视为将一个概率分布“移动”到另一个概率分布需要的最小“工作量”。对于扩展目标状态估计而言, 扩展中心的扩展状态可以视为一种高斯分布, 故其衡量估计的扩展状态分布到真值的扩展状态分布的指标为高斯瓦瑟斯坦分布。在理论上, GWD 的计算较为复杂, 而根据[26] 中的简化计算, 对于一个包含动态状态和扩展状态的向量簇 $[\mathbf{x}, \mathbf{e}]$ 可得

$$\text{GWD} = \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2^2 + \text{tr}(\mathbf{e} + \hat{\mathbf{e}} - 2(\mathbf{e}\hat{\mathbf{e}})^{\frac{1}{2}}). \quad (4-102)$$

4.6.2.2 各扩展目标状态估计算法对比试验分析

根据第4.6.1设计的多传感器场景，本研究选取传感器 S_1 生成的数据集进行对比分析，依据是其能够测量到扩展目标的完整轨迹。所对比算法的矩形扩展目标模型的缩放参数均选取 $z = \frac{2}{3}$ 。通过 100 次蒙特卡洛仿真生成独立的测量数据，并分别投入各个滤波器算法中，记录完整的估计结果。在单传感器的实验中，设置激光雷达的角分辨率为稀疏场景（为 1° ）。基于 100 次蒙特卡洛实验的结果，生成各个算法的 IoU

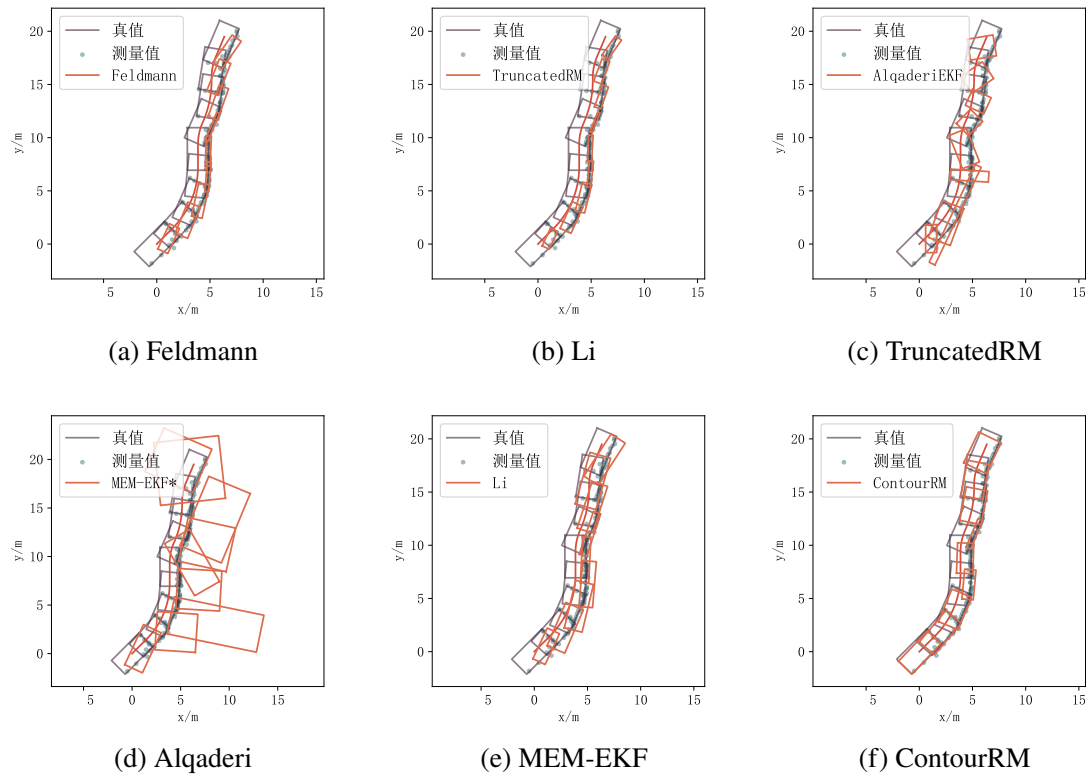


图 4.6 稀疏场景各方法的对比结果图（传感器 1）

Figure 4.6 Comparison of extended target tracking algorithms in sparse scenario (Sensor 1)

指标图，并取 IoU 的平均值、中位数和方差整理成图4.7与表表4.2。基于第4.6.2.1节介绍的指标计算方法，将位置空间、速度空间和扩展空间的 RMSE 整理成图4.8a-4.8c，高斯瓦瑟斯坦距离的结果整理成图4.8d。并将 IoU、RMSE 和 GWD 三项指标的 100 次蒙特卡洛数据取平均值，整理到表格4.2中。在结果中，IoU 平均值表现最好的是本章介绍的 ContourRM 方法，较基准算法 MEM-EKF 提升 700% 以上。由于场景生成的数据符合激光雷达的测量模型，“MEM-EKF”和“Feldmann”方法因直接对离散采样点进行均值采样，在目标旋转场景下会对扩展中心的估计产生偏差，导致扩展

表 4.2 对比试验下各项性能指标（传感器 1）
Table 4.2 Metrics of comparison experiments (Sensor 1)

算法	IoU	位置空间 RMSE	速度空间 RMSE	扩展空间 RMSE	GWD
Feldmann	0.186 ± 0.083	2.337	2.219	2.252	0.685
Li	0.269 ± 0.092	2.314	2.211	2.228	0.947
TruncatedRM	0.109 ± 0.055	2.384	2.234	2.288	0.756
Alqaderi	0.336 ± 0.181	2.306	2.116	2.114	0.314
MEM-EKF	0.079 ± 0.076	2.373	2.179	2.189	0.460
ContourRM	0.586 ± 0.261	1.446	1.777	1.883	0.378

状态协方差矩阵条件恶化。这最大可能的原因是其对扩展状态的估计非常差，导致矩形的面积与真值相差过大，如图图4.6a，4.6e所示。“Li”方法根据轮廓量测进行几何约束估计，相较上述两种未优化的方法有显著的提升，这种提升主要体现在对矩形面积（长和宽）估计效果更好方面上。如图图4.6c，4.6d所示，“TruncatedRM”和“Alqaderi”方法效果非常差的原因可能是目标轨迹频繁机动，而滤波选用的运动模型是近匀速运动模型（NCV），导致滤波估计不准带来的方差变大和方位估计不准。因此需要设计符合 NCV 运动场景的真值轨迹来评价这两个算法的性能，但是在本章中，为了符合真实世界中轨迹的复杂性，在结果中决定保留这个差异性。关于表4.2中可

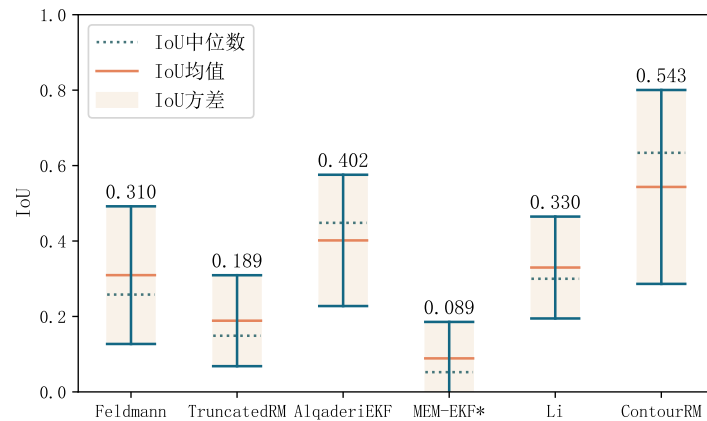


图 4.7 并交比结果（传感器 1）
Figure 4.7 IoU metric (Sensor 1)

以看到，虽然 ContourRM 方法的 IoU 平均值大大领先于其他算法，但是方差同样也是最大的，这可能反映了 ContourRM 算法在矩形框的估计中并不稳定，这同样能在结果图4.6f中看出。在图4.6f，虽然对扩展目标轮廓中心的估计较为准确，但是可能由

于扩展目标的旋转角度变化,导致激光雷达的测量点落在扩展目标的不同位置上,弱化了模型对扩展状态的估计。

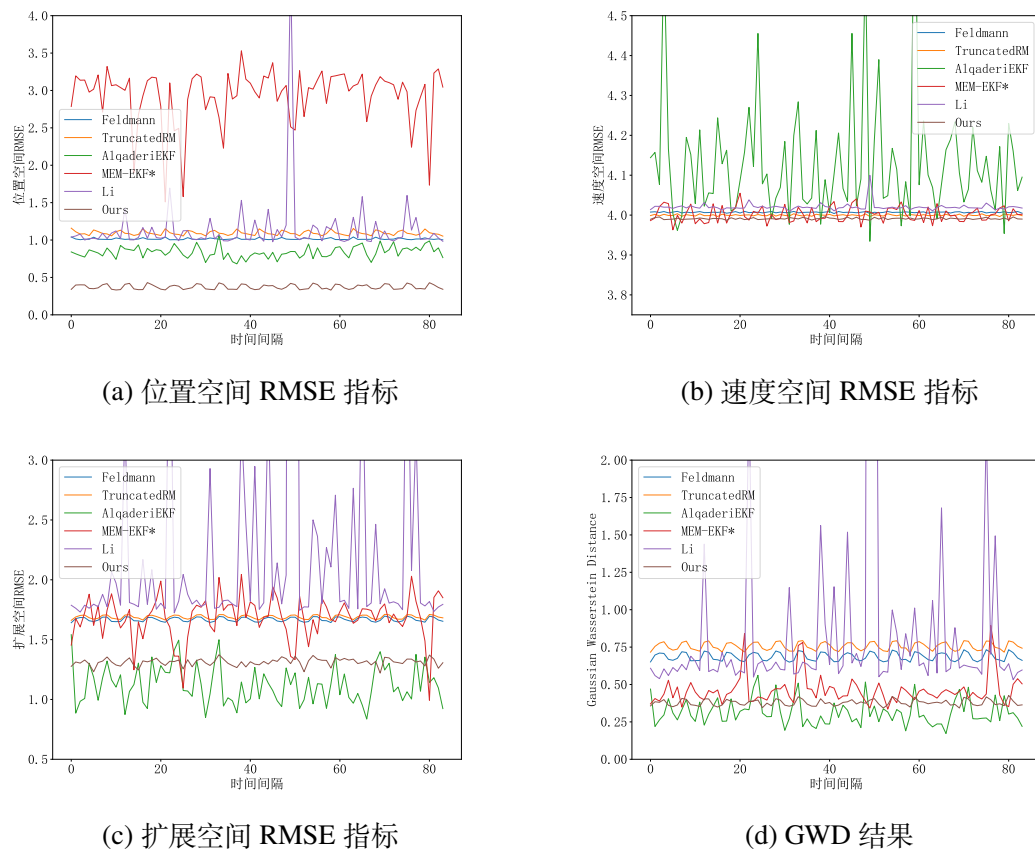


图 4.8 稀疏场景下 RMSE 和 GWD 结果

Figure 4.8 RMSE and GWD metrics in sparse scenario

在均方根误差 (RMSE) 的指标中,可以看出,本章介绍的 ContourRM 方法在 RMSE 三项指标中均属于前 2 水平。其中,在位置空间中,ContourRM 的性能最佳,说明该方法对扩展中心坐标的估计最为准确。在速度空间中,由于滤波器的动态模型为 NCV 模型,所以基本上滤波器都会假设速度不会发生变化,故会引入一个固定的误差^[68]。在扩展空间中,可以看到,对于扩展空间(角度、矩形长和宽)的估计仅次于“Alqaderi”方法。综上所述,ContourRM 方法由于针对轮廓量测进行优化,对扩展中心的估计效果最好,但是在高机动场景中,对扩展状态的估计有时会有波动。

在高斯瓦瑟斯坦距离指标中,可以看到其性能指标基本与扩展空间的 RMSE 性能指标结果大致相同,这可能原因是其计算方法(见第4.6.2.1节)相似,都衡量了扩展状态的距离。在图4.8d中可以看到,虽然绝对性能不如“Alqaderi”法,但是在整个

跟踪过程中，ContourRM 方法其他方法要更为稳定。

4.6.3 ContourRM-T2TF-DC 扩展目标级轨迹融合实验与灵敏度实验分析

在密集场景的 ContourRM 方法（设置传感器的角分辨率为 0.5° ）与第4.6.2.2中介绍的法的对比实验中，整理关于并交比（IoU），位置空间、速度空间、扩展空间和高斯瓦瑟斯坦距离指标的结果如表4.3。将该表与表4.2对比可以得出，在多传感器场景下的位置空间与扩展空间下的 RMSE 指标相交单传感器场景会大大提升，这极大可能是因为测量集拥有更大的数据量和更完整的轮廓轨迹。在该表中，通过对 3 个传感器的对比上，可以得知传感器 2 的 ContourRM 各指标效果较差，这可能使因为传感器 2 的摆放位置导致在轨迹末端不在传感器的 FOV 内，导致自身轮廓缺省而弱化跟踪效果。在各算法的比较上，结果基本与单传感器场景相同，但是“Feldmann”、“Alqaderi”、“TruncatedRM”和“MEM-EKF”方法在组 2 的效果要好于其他两个传感器组，而对于“Li”和 ContourRM 方法而言结果相反，这可能是因为基于统计几何方法估计扩展中心的算法的机制与基于经典随机矩阵方法估计扩展中心的方法不同，导致其对由于传感器自身位置与量测不全的影响相对较小。

综上所述，通过多指标（IoU/RMSE/GWD）的对比试验验证，CountourRM 在无人系统典型轨迹场景下的综合性能超越同类方法。其针对轮廓目标点云边缘特征的优化策略，实现了激光雷达测量的物理、几何特性与随机矩阵理论的融合，为无人系统激光雷达的多目标跟踪系统的工程化应用提供了可靠的系统框架。

本节旨在评价引入 T2TF-DC 动态共识目标级轨迹融合机制后，对多传感器环境下扩展目标跟踪系统的影响。关于 ContourRM 方法的算法参数设置与第4.6.1节相同。

在应用 T2TF-DC 中，相关参数设置为： $H = [8, 20, 35, 10]$ ， $\theta = 2$ ， $G = [1, 1, 1, 1]$ ， $m = 4$ ，系统最高阶次为 4，迭代插值最小时隙 $h = 5 \times 10^{-4}$ ，传感器网络设计如图3.2，传感器网络连接概率 $p_c = 1 - p_d = \{1, 0.8, 0.5, 0.2\}$ （不会断开连接）。对于在第4.5.3节提出的根据 PCA 分析局部传感器的数据状态，检测是否存在激光雷达的轮廓量测仅落在一条矩形边上的情况，设计 PCA 检测特征值比值参数 $\phi_{\text{thres}} = \{\text{不引入}, 0.05, 0.2\}$ 三种情况。其中不引入指针对 PCA 分析评估激光雷达轮廓量测质量的模块进行的消融实验，在 ContourRM-T2TF-DC 过程中删去该模块进行模拟实验，其他变量保持不变。

表 4.3 密集场景下各项性能指标
Table 4.3 Metrics of dense scenarios

传感器组	算法	IoU	位置空间 RMSE	速度空间 RMSE	扩展空间 RMSE	GWD
S_1	Feldmann	0.237 ± 0.008	0.977	4.013	1.331	0.447
	TruncatedRM	0.160 ± 0.006	1.204	4.007	1.454	0.546
	AlqaderiEKF	0.227 ± 0.008	0.741	4.258	1.007	0.245
	MEM-EKF	0.337 ± 0.008	3.575	4.073	2.548	0.924
	Li	0.554 ± 0.011	1.165	4.009	1.977	0.629
	ContourRM	0.805 ± 0.059	0.824	4.007	1.328	0.348
S_2	Feldmann	0.511 ± 0.010	0.974	4.013	1.323	0.441
	TruncatedRM	0.312 ± 0.008	1.203	4.008	1.449	0.541
	AlqaderiEKF	0.422 ± 0.006	0.752	4.472	1.037	0.271
	MEM-EKF	0.478 ± 0.011	3.436	4.087	2.428	0.817
	Li	0.278 ± 0.009	1.189	4.010	2.033	0.687
	ContourRM	0.297 ± 0.012	0.840	4.007	1.325	0.347
S_3	Feldmann	0.225 ± 0.009	0.980	4.013	1.327	0.444
	TruncatedRM	0.135 ± 0.006	1.208	4.008	1.452	0.544
	AlqaderiEKF	0.178 ± 0.008	1.803	4.370	1.056	0.850
	MEM-EKF	0.339 ± 0.009	3.632	4.087	2.594	0.922
	Li	0.559 ± 0.010	1.172	4.009	2.022	0.688
	ContourRM	0.706 ± 0.050	0.828	4.007	1.328	0.347

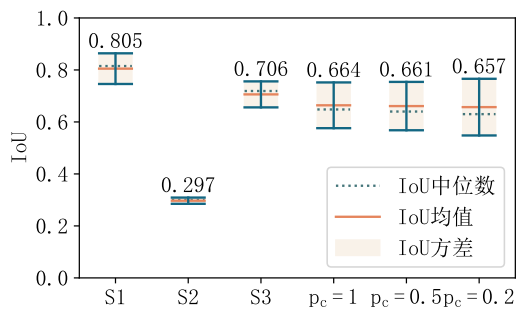
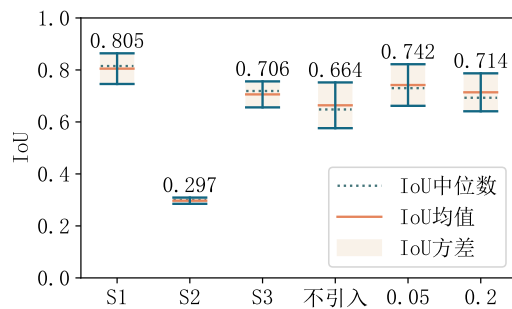
(a) 网络连接概率 p_c 灵敏度并交比指标分析(b) ϕ_{thres} 阈值灵敏度并交比指标分析

图 4.9 ContourRM-T2TF-DC 并交比指标对比

Figure 4.9 Comparison of IoU metric of ContourRM-T2TF-DC

4.6.3.1 结果分析

在多传感器场景下评估 ContourRM 方法之后,对在多传感器融合场景下进行利用动态共识的目标级轨迹融合方法进行信息融合,得到多传感器组综合的融合轨迹。将算法在不同参数灵敏度条件下的结果整理于表4.4与表4.5。同时,将扩展目标状态估计最重要的 IoU 参数结果绘制成图4.9a与图4.9b,此组图中的横坐标均进行简化表示成不使用 T2TF-DC 的三组数据与在不同参数灵敏度下使用 T2TF-DC 的数据。

在表4.4中,为了分析的简便,只取用 ContourRM 方法于 T2TF-DC 融合算法的综合结果,表中 p_c 代表 T2TF-DC 中网络结构的连接概率,对于其他算法与 T2TF-DC 融合算法的性能,都会比单独使用本地滤波器算法的效果要好,故此表中省略。3 台传感器的局部 ContourRM 估计有较大偏差,这是可能是因为由于传感器摆放位置上存在一定缺陷,导致在 IoU 维度上,虽然对 RMSE 与 GWD 指标表现良好,但是对于扩展目标状态估计的 IoU 参数上表现存在差异。同时由于 T2TF-DC 机制本质上将网络内的各传感器估计基于动态共识协议,则会引入来自工况不良的传感器 2 的影响,使得整体的 IoU 差于传感器 1 的 IoU 指标。为在位置空间 RMSE 中,随着 p_c 逐渐减小,即传感器网络的愈加不稳定,将会导致位置空间的融合估计愈不准确,但仍要强于不引入 T2TF-DC 方案的情形。这说明在本文第二章中提出的全局共识融合机制可有效减小在传感器网络连接不稳定对全局目标级轨迹融合估计的影响。在速度空间内的 RMSE 中可以看到,引入 DC 共识融合机制会略微提高对速度空间的轨迹精确度,但在低连接度 $p_c = 0.2$ 时,速度空间内的 RMSE 指标变高,这可能是因为 DC 迭代过程中超参数 H, θ 设置不恰当会导致系统导数的共识过程出现震荡的原因。至于对扩展空间 RMSE 与高斯瓦瑟斯坦距离而言,由于 T2TF-DC 方案未对系统的扩展状态的估计进行融合,所以其数值仍基本保持不变。

表 4.4 网络连接概率 p_c 灵敏度分析 (不引入 ϕ_{thres})Table 4.4 Metrics in different p_c (ϕ_{thres} not invloved)

场景	IoU	位置空间 RMSE	速度空间 RMSE	扩展空间 RMSE	GWD
ContourRM-S1	0.805 ± 0.059	0.824	4.007	1.328	0.348
ContourRM-S2	0.297 ± 0.012	0.840	4.007	1.325	0.347
ContourRM-S3	0.706 ± 0.050	0.828	4.007	1.328	0.347
$p_c = 1$	0.664 ± 0.088	0.349	3.845	1.230	0.283
$p_c = 0.5$	0.661 ± 0.093	0.383	3.973	1.229	0.283
$p_c = 0.2$	0.657 ± 0.089	0.382	4.356	1.232	0.283

表 4.5 ϕ_{thres} 阈值灵敏度分析 ($p_c = 1$)
Table 4.5 Metrics of different ϕ_{thres} ($p_c = 1$)

场景	IoU	位置空间 RMSE	速度空间 RMSE	扩展空间 RMSE	GWD
ContourRM-S1	0.805 ± 0.059	0.824	4.007	1.328	0.348
ContourRM-S2	0.297 ± 0.012	0.840	4.007	1.325	0.347
ContourRM-S3	0.706 ± 0.050	0.828	4.007	1.328	0.347
不引入 ϕ_{thres}	0.664 ± 0.088	0.349	3.845	1.230	0.283
$\phi_{\text{thres}} = 0.05$	0.742 ± 0.080	0.724	4.138	1.311	0.329
$\phi_{\text{thres}} = 0.2$	0.714 ± 0.073	0.562	3.932	1.287	0.294

关于激光雷达轮廓量测的质量评估阈值 ϕ_{thres} ，根据表4.5，随着引入轮廓量测质量评估机制，在 $\phi_{\text{thres}} = 0.05$ 时，得到的 IoU 指标明显优于不引入该机制的结果，但整体仍差于传感器 1 的局部扩展目标轨迹。这说明即使引入轮廓量测评估机制，由于各个传感器对扩展目标的角度跟踪存在差异，导致整体的 IoU 指标差于最优单传感器的估计。横向对比表4.4，虽然质量评估的本质是切断不良传感器与网络的连通性，但是由于其选择性，整体切断的效果要优于随机切断（调整 p_c ）的效果。这说明该质量评估机制是有效的。在 RMSE 与 GWD 指标上，引入质量评估模块会导致 RMSE 指标变差，位置空间与速度空间分别从 $[0.349, 3.845]$ 上浮到 $[0.724, 4.138]$ 。随着参数 ϕ_{thres} 的提升，将会导致系统误判变多，导致局部传感器拒绝广播的现象增加，会最终弱化该质量评估机制的效果，得到的各指标均会差于典型参数值 $\phi_{\text{thres}} = 0.05$ 。综合来看，基于表4.5可以得到初步结论：基于 PCA 的轮廓量测质量评估机制会减少传感器由于自身位置与角度原因导致的轮廓量测不完整对整体系统带来的影响，但是该机制会弱化原本 T2TF-DC 在多传感器目标级轨迹融合中带来的扩展中心估计上的提升。

4.7 本章小结

本章围绕多传感器场景下的扩展目标跟踪任务，提出基于共识信息理论的轮廓量测扩展目标状态估计算法与目标级轨迹融合系统，旨在解决传统算法在处理点云轮廓量测数据时的失准问题。本章的主要内容可以概括成以下三个部分：

1. 在理论方面，本章详细介绍基于随机矩阵方法的扩展目标状态估计算法。在随机矩阵模型中，将系统动态状态与扩展状态分别进行估计和跟踪，并给出相应的估计更新公式。同时，针对点云测量特性设计基于轮廓量测随机矩阵模型，

推导了从椭圆扩展目标到矩形扩展目标的缩放因子。

2. 在设计系统架构部分, 构建了基于动态共识理论轮廓量测的多传感器扩展目标跟踪系统。在多传感器场景下, 对传感器网络进行建模, 利用图论知识得到关联矩阵, 并假设网络断开概率以模拟真实世界场景。为防止在不良传感器角度下轮廓量测分布在扩展目标的仅一条边上的状况, 本章提出一种使用主成分分解进行状态检测并处理的机制, 对这种特殊情况进行检测, 并引入第三章介绍的 T2TF-DC 过程进行目标级轨迹融合, 以生成更精确的全局轨迹估计。
3. 在实验部分, 基于激光雷达的轮廓量测几何特征和激光束 L-Shape 条件约束, 提出了一种新的数据生成方法以模拟真实激光雷达的测量模型。在对比实验中, 选取 5 种业内广泛认可的算法与本文提出的 ContourRM 方法进行对比, 采用并交比等指标进行性能评估。在稀疏场景中, ContourRM 方法在并交比指标上表现最佳, 并在所有指标中均位列前二。在多传感器场景中, 进一步验证了 ContourRM 方法的有效性, 并表明本系统能够有效提高传感器的估计性能。轮廓量测合格性校验机制的消融实验与灵敏度分析结果表明在合理选取阈值 ϕ_{thres} 的情况下, 该机制能大幅减少本系统因个别传感器摆放位置不佳导致局部轨迹估计失准问题带来的跟踪误差。

综上所述, 所提出的 Conotour-T2TF-DC 方法在处理点云测量特性与多传感器目标级轨迹融合方面表现优于同类算法, 为无人系统激光雷达目标跟踪系统的工程应用提供了有价值的参考, 但仍存在如对速度方向融合效果差、跟踪目标局限于矩形目标等问题, 有待后续研究进一步改进和完善。

第 5 章 全文总结与展望

5.1 全文工作总结

本文以无人系统激光雷达多目标跟踪的工程化应用为导向,针对目前领域内的多传感器目标级轨迹融合、传感器时空同步与配准、以及点云的轮廓量测特性三大核心问题展开系统性研究。通过理论应用实践、实践锚定算法创新的范式,提出了基于共识信息的多传感器扩展目标跟踪理论体系。主要的研究内容可以归纳为三个方面。

通过卡尔曼滤波基础理论与多目标跟踪的工程应用,构建了无人系统多目标跟踪应用软硬件框架。通过真实数据实验揭示了单滤波框架在激光雷达 L-Shape 特性下的性能局限,并定性验证了单滤波算法在传感器同步配准失效时的跟踪误差累积效应。这一发现为后续章节提供工程锚点,为后续本文在多传感器目标级轨迹融合与点云轮廓测量的创新性处理提供了关键的工程依据。

针对多传感器感知系统在工程应用中的时空异步、数据丢失问题,提出了基于动态共识信息的目标级轨迹融合方法。根据李雅普诺夫稳定性分析框架,首次证明了该方法能够在给定参数条件下在有限时间内收敛至共识信息。在该方法与同类目标级轨迹融合方法的对比实验中,展现出一定的有效性。实验表明,该方法在轨迹丢失,传感器不同步场景在 RMSE 与 NEES 指标上均有较好的表现。这一发现不仅作为多传感器目标级轨迹融合在数据丢失场景上的解决方案,还是目标级轨迹融合领域突破传统协方差交叉算法的一次有效尝试。

结合点云轮廓量测特性,提出了基于轮廓量测随机矩阵模型的扩展目标跟踪算法。该算法创新性地引入主成分分解校验机制,有效解决了不良传感器视角下的局部轨迹丢失问题。为了进一步提高在不良传感器视角下扩展目标跟踪的性能,提出了基于共识信息的轮廓量测扩展目标跟踪系统。通过点云轮廓量测特性的仿真数据实验,验证了该算法在并交比指标上高于同类扩展目标跟踪算法 20% 左右。与基于动态共识信息的目标级轨迹融合方法相结合,设计了消融实验与灵敏度实验分析了引入主成分分解校验机制对整体目标跟踪性能的影响。实现了从单传感器到多传感器,从点目标到扩展目标的共识信息目标级轨迹融合与目标跟踪的理论体系闭环。

5.2 研究不足与展望

尽管本文在多传感器目标跟踪系统上取得了一定的理论突破，但仍存在以下问题尚待解决：

1. 现有的基于共识信息的目标级轨迹融合算法在数据关联环节仍处于初级阶段，实验表明该算法对噪声与目标密度较为敏感，这表明该算法在数据关联方面的弱势已经成为算法应用的短板。后续可以研究通过联合概率密度关联方法的数据关联算法，构建在高杂波环境下鲁棒的目标级轨迹融合算法。
2. 第三、四章的算法尚未在真实数据集中进行测试与分析。由于第二章中采集到的校内与校外环境的真实数据缺少目标级真值，而且由于该多传感器感知系统的数据较少，导致难以通过定量方法研究基于共识信息的目标级轨迹融合算法体系在真实数据集上的表现。后续需要在公开数据集与含真值自制数据集中研究该算法体系的性能。
3. 本文提出的基于共识信息的目标级轨迹融合仅针对激光雷达进行了探索，初步验证了算法的可行性。但是随着 4D 毫米波雷达技术的发展，4D 毫米波雷达同样具有 L-Shape 等轮廓测量特性。后续可以将 4D 毫米波雷达与激光雷达进行异构传感器信息融合，进一步提高多目标跟踪的系统的适应性与准确性。

参考文献

- [1] 唐琴. 基于多源传感器信息的目标跟踪技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2018.
- [2] Bar-Shalom Y, Willett P K, Tian X. Tracking and data fusion: A handbook of algorithms[M]. Storrs, USA: YBS Publishing, 2011.
- [3] Bar-Shalom Y, Li X R. Multitarget-multisensor tracking: Principles and techniques: vol. 19[M]. Storrs, USA: YBS Publishing, 1995.
- [4] Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation: Theory algorithms and software[M]. Storrs, USA: YBS Publishing, 2001.
- [5] 潘泉, 程咏梅, 梁彦. 多源信息融合理论及应用: 第2卷[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2013.
- [6] 赵琳, 王小旭, 李亮, 等. 非线性系统滤波理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- [7] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. ASM Collection, 1960: 35-45.
- [8] Julier S J, Uhlmann J K. New extension of the kalman filter to nonlinear systems[C]//Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI: vol. 3068. Beijing, 1997: 182-193.
- [9] Wan E A, Van Der Merwe R. The unscented kalman filter for nonlinear estimation[C]//Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium. Lake Louise, Canada: IEEE, 2000: 153-158.
- [10] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [11] Ristic B, Arulampalam S, Gordon N. Beyond the kalman filter: Particle filters for tracking applications[M]. Artech House, 2003.
- [12] Blom H A, Bar-Shalom Y. The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(8): 780-783.
- [13] Li X R. Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333-1364.
- [14] Guo G, Zhao S. 3D multi-Object tracking with adaptive cubature kalman filter for autonomous driving[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2023, 8(1): 512-519.
- [15] Xu L, Niu R, Blasch E P. Uncertainty aware EKF: A tracking filter learning LiDAR measurement uncertainty[C]//2022 25th International Conference on Information Fusion (FUSION). Linköping, Sweden, 2022: 1-8.
- [16] Shen Z, Dai Y, Rao Z. Cfnet: Cascade and fused cost volume for robust stereo matching[EB/OL]. IEEE/CVF Conference on Computer Vision. (2021-02-09) [2025-03-23]. <https://arxiv.org/pdf/2104.04314>.

- [17] Revach G, Shlezinger N, Ni X, et al. KalmanNet: Neural network aided kalman filtering for partially known dynamics[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2022, 70: 1532-1547.
- [18] Baum M, Hanebeck U D. Random hypersurface models for extended object tracking[C]//2009 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT). IEEE, 2009: 178-183.
- [19] Zhang X, Yan Z, Chen Y, et al. A novel particle filter for extended target tracking with random hypersurface model[J]. Applied Mathematics and Computation, 2022, 425: 127081.
- [20] Akbari B, Zhu H. Tracking dependent extended targets using multi-output spatiotemporal Gaussian processes[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(10): 18301-18314.
- [21] Koch J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(3): 1042-1059.
- [22] Feldmann M, Fränken D, Koch W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 59(4): 1409-1420.
- [23] Li W, Jia Y, Meng D, et al. Distributed tracking of extended targets using random matrices[C]//2015 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). IEEE, 2015: 3044-3049.
- [24] 蒋婉月. 基于分布式传感器网络的扩展目标跟踪算法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2024.
- [25] Granström K, Fatemi M, Svensson L. Poisson multi-bernoulli mixture conjugate prior for multiple extended target filtering[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 56(1): 208-225.
- [26] Xia Y, Wang P, Berntorp K, et al. Learning-based extended object tracking using hierarchical truncation measurement model with automotive radar[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2021, 15(4): 1013-1029.
- [27] Hoher P, Wirtensohn S, Baur T, et al. Extended target tracking with a lidar sensor using random matrices and a virtual measurement model[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 70: 228-239.
- [28] Hoher P, Baur T, Reuter J, et al. 3D-extended object tracking and shape classification with a lidar sensor Using random matrices and virtual measurement models[C]//2024 27th International Conference on Information Fusion (FUSION). Venice, Italy: IEEE, 2024: 1-8.
- [29] Zhao C, Fu C, Dolan J M, et al. L-shape fitting-based vehicle pose estimation and tracking using 3D-LiDAR[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2021, 6(4): 787-798.
- [30] Zhang L, Lan J. Tracking of extended object using random matrix with non-uniformly distributed measurements[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 3812-3825.
- [31] Yang K, Bar-Shalom Y, Willett P, et al. Order statistic estimation with application to tracking in autonomous driving[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(4): 3531-3538.

- [32] Li J, Shi S. Concepts, issues and advance of sensor networks and data management of sensor networks[J]. Journal of software, 2003, 14(10): 1717-1727.
- [33] Iyengar S S, Jayasimha D N, Nadig D. A versatile architecture for the distributed sensor integration problem[J]. IEEE Transactions on Computers, 1994, 43(2): 175-185.
- [34] 汪炆. 无线传感器网络定位技术研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2007.
- [35] 王赞彭. 无线传感器网络多目标定位与跟踪算法的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2021.
- [36] Ruiz-Garcia L, Lunadei L, Barreiro P, et al. A review of wireless sensor technologies and applications in agriculture and food industry: State of the art and current trends[J]. Sensors, 2009, 9(6): 4728-4750.
- [37] Nakamura E F, Loureiro A A F, Frery A C. Information fusion for wireless sensor networks: Methods, models, and classifications[J]. ACM Computing Surveys, 2007, 39(3): 9.
- [38] Losilla F, Garcia-Sanchez A J, Garcia-Sanchez F, et al. A comprehensive approach to WSN-based ITS applications: A survey[J]. Sensors, 2011, 11(11): 10220-10265.
- [39] Zong H, Zong C, Chen Z, et al. A composite tracking approach based on the multi-sensor network [C] // 2006 8th International Conference on Signal Processing: vol. 4. Guilin, China: IEEE, 2006.
- [40] Bar-Shalom Y. On the track-to-track correlation problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1981, 26(2): 571-572.
- [41] Tian X, Yuan T, Bar-Shalom Y. Track-to-track fusion in linear and nonlinear systems[C] // Itzhack Y. Bar-Itzhack Memorial Symposium on Estimation, Navigation, and Spacecraft Control. Heidelberg, Berlin: Springer, 2012: 21-41.
- [42] Duraisamy B, Gabb M, Nair A V, et al. Track level fusion of extended objects from heterogeneous sensors[C] // 2016 19th International Conference on Information Fusion (FUSION). Heidelberg, Germany, 2016: 876-885.
- [43] Zhou Y, Li J, Wang D. Unscented kalman filtering based quantized innovation fusion for target tracking in WSN with feedback[C] // 2009 International Conference on Machine Learning and Cybernetics: vol. 3. Hebei, China: IEEE, 2009: 1457-1463.
- [44] Chang K, Saha R, Bar-Shalom Y. On optimal track-to-track fusion[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(4): 1271-1276.
- [45] Yuan T, Duraisamy B, Schwarz T, et al. Track fusion with incomplete information for automotive smart sensor systems[C] // 2016 IEEE Radar Conference (RadarConf). Philadelphia, USA: IEEE, 2016: 1-4.
- [46] Poore A B, Gadaleta S. Some assignment problems arising from multiple target tracking[J]. Mathematical and Computer Modelling. Optimization and Control for Military Applications 2006, 43(9): 1074-1091.
- [47] Fortmann T, Bar-Shalom Y, Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1983, 8(3): 173-184.

- [48] Reid D. An algorithm for tracking multiple targets[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1979, 24(6): 843-854.
- [49] Liu F, Sparbert J, Stiller C. IMMPDA vehicle tracking system using asynchronous sensor fusion of radar and vision[C]//2008 IEEE Intelligent Vehicles Symposium. Eindhoven: IEEE, 2008: 168-173.
- [50] Mahler R P. Random-set approach to data fusion[C]//Automatic Object Recognition IV: vol. 2234. 1994: 287-295.
- [51] Vo B N, Pasha A, Tuan H D. A gaussian mixture PHD filter for nonlinear jump markov models[C]//Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. 2006: 3162-3167.
- [52] Vasic M, Martinoli A. A collaborative sensor fusion algorithm for multi-object tracking using a gaussian mixture probability hypothesis density filter[C]//2015 IEEE 18th International Conference on Intelligent Transportation Systems. 2015: 491-498.
- [53] Chang K C, Zhi T, Saha R K. Performance evaluation of track fusion with information matrix filter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(2): 455-466.
- [54] Li H, Nashashibi F, Yang M. Split covariance intersection filter: Theory and its application to vehicle localization[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2013, 14(4): 1860-1871.
- [55] Kia S S, Van Scoy B, Cortes J, et al. Tutorial on dynamic average consensus: The problem, its applications, and the algorithms[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2019, 39(3): 40-72.
- [56] Freeman R A, Yang P, Lynch K M. Stability and convergence properties of dynamic average consensus estimators[C]//Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. IEEE, 2006: 338-343.
- [57] George J, Freeman R A. Robust dynamic average consensus algorithms[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(11): 4615-4622.
- [58] Aldana-López R, Aragués R, Sagüés C. REDCHO: Robust exact dynamic consensus of high order [J]. Automatica, 2022, 141: 110320.
- [59] Vizzo I, Guadagnino T, Mersch B, et al. KISS-ICP: In defense of point-to-point ICP – simple, accurate, and robust registration if done the right way[J]. IEEE Robotics and Automation Letters (IRAL), 2023, 8(2): 1029-1036.
- [60] Bar-Shalom Y, Daum F, Huang J. The probabilistic data association filter[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2009, 29(6): 82-100.
- [61] Biggs N. Algebraic graph theory[M]. Cambridge University Press, 1993.
- [62] Aldana-López R, Aragués R, Sagüés C. EDCHO: High order exact dynamic consensus[J]. Automatica, 2021, 131: 109750.
- [63] Bhat S P, Bernstein D S. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability[J]. Mathematics of Control, Signals and Systems, 2005, 17: 101-127.

-
- [64] Bernuau E, Efimov D, Perruquetti W, et al. On homogeneity and its application in sliding mode control[J]. Journal of the Franklin Institute, 2014, 351(4): 1866-1901.
- [65] Li P, Chen C, You C z, et al. Modified extended object tracker for 2D lidar data using random matrix model[J]. Scientific Reports, 2023, 13(1): 5095.
- [66] Steuernagel S, Thormann K, Baum M. Random matrix-based tracking of rectangular extended objects with contour measurements[C]//2024 27th International Conference on Information Fusion (FUSION). Venice, Italy: IEEE, 2024: 1-8.
- [67] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [68] Roth M, Hendeby G, Gustafsson F. EKF/UKF maneuvering target tracking using coordinated turn models with polar/cartesian velocity[C]//17th International Conference on Information Fusion (FUSION). Salamanca, Spain: IEEE, 2014: 1-8.

附录 A 专业术语表

表 A.1 全文专业术语对照表

英文缩写	英文全拼	中文
EKF	Extended Kalman Filter	扩展卡尔曼滤波
UKF	Unscented Kalman Filter	无迹卡尔曼滤波
IMM	Interactive Multiple Model	交互多模型
WSN	Wireless Sensor Network	无线传感器网络
T2TA	Track-to-Track Association	轨迹数据关联
T2TF	Track-to-Track Fusion	目标级轨迹融合
GNN	Global Nearest Neighbor	全局最近邻
CI	Covariance Intersection	协方差交叉
SCIF	Split Covariance Intersection Filter	分裂协方差交叉滤波器
NCV	Nearly Constant Velocity	近匀速模型
NCA	Nearly Constant Acceleration	近匀加速模型
NCT	Nearly Constant Turn	近匀转速模型
SLAM	Simultaneously Localization and Mapping	实时定位与建图
LiDAR	Light Detection and Ranging	激光雷达
ICP	Iterative Closest Points	迭代最近点
PDAF	Probability Data Association Filter	概率数据关联滤波器
JPDA	Joint Probability Data Association	联合概率数据关联
GNSS	Global Navigation Satellite System	全球导航卫星系统
PPS	Pulse Per Second	每秒脉冲
FOV	Field of View	感受野
ROS	Robot Operating System	机器人操作系统
T2TF-DC	Track-to-Track Fusion - Dynamic Consensus	基于动态共识信息的目标级轨迹融合
RMSE	Root Mean Square Error	均方根误差
ContourRM	Contour Random Matrix	基于轮廓量测的随机矩阵模型
PCA	Principal Component Analysis	主成分分析
MEM	Multiplicative Error Model	乘性误差模型
NEES	Normalized Estimation Error Squared	归一化平方误差
GWD	Gaussian Wasserstein Distance	高斯瓦瑟斯坦距离
IoU	Intersection of Union	并交比

致 谢

研究生的 2 年半宛如白驹过隙，从在 2022 年 9 月来到上海，至今已近两年半。此间心中诸多感慨，请允许我在此论文完成之际，将内心的感悟细细说来。

在研究生生涯中，我最大的收获是认识了我的导师：袁汀副研究员。我是袁老师的第一位学生，我亲眼见证了袁老师在国内白手起家，从小房间到拥有十余人的大团队。袁老师学识渊博，兼具十余年科研积淀与工业界深耕经验。每次和他讨论都受益匪浅，在与袁老师的沟通中我也逐渐了解到自动驾驶、无人系统领域的发展历史、工业界遇到的问题等，对我的论文的构思有着极大帮助。同时也很感谢袁老师愿意提供机会让我出国参加两次学术会议，让我有机会在国际会议上与相关专家讨论问题。在整个研究生生涯，袁老师亦师亦友，给予我在学术与生活上无私的帮助与极大的支持。

在科研实践过程中，实验室的伙伴们同样给予了我莫大的帮助。感谢已经毕业的曹文祺学姐，在我刚刚着手论文时给予我极大帮助，手把手带我了解学术论文写作的方方面面；在我艰难的撰写小论文的期间，如灯塔般给予我方向。还要感谢在工程上给予我极大帮助的于飞，指导我如何管理代码、部署服务器等实验室设备，项目管理的相关知识。感谢刘林松在无人驾驶工业领域实践上无微不至的讲解与关照。再次，感谢陪伴我做实验、调试车辆与传感器系统的学弟陈骁骏、徐阳子泰博士等实验室其他人员，没有你们的陪伴，我的研究生生涯会失色很多。

再次，我要感谢我的外籍导师 Kuo-Chu Chang 教授，在我小论文成稿与毕业论文上给予我的极大帮助，包括课题上的详细指导，写作上的逐字逐句的修改，语言上的精炼与传授。KC 老师深厚的学术功底与对相关领域的贡献让我学习到了许多知识，更让我明确了毕业论文的行文结构与逻辑。KC 老师的谆谆教诲与殷切期盼，在我以后的工作与生活生涯中我也将谨记教诲去认真完成每一件分内的事。

最后，也是最重要的，感谢我的家人在我研究生期间对我的鼓励、支持与陪伴。我其实很少与父母谈及读研期间的感受，读研期间遇到的各方面困难需要独自攻破，我较为内向，报喜不报忧的习惯让我几度陷入痛苦。在此期间，感谢徐梦瑶同学始终如暖阳般给予我精神上的支持。

特别感谢本文中所有参考文献的作者。衷心感谢百忙之中评审本论文的各位专家和老师们。

学术论文和科研成果目录

国际会议论文

- [1] 第一作者. Multi-sensor track-to-track fusion using dynamic consensus[C]//2024 Sensor Data Fusion: Trends, Solutions, Applications (SDF), Bonn, Germany: IEEE, 2024: 1-7.
- [2] 第三作者. Lane detection and estimation from surround view camera sensing systems[C]//2023 IEEE SENSORS. Vienna, Austria: IEEE, 2023: 1-4.

专利

- [3] 第一发明人, “多机器人相对位置的估计方法及系统”, 国家发明专利, 已授权, 专利号 ZL 202311668765.8.
- [4] 第二发明人, 导师第一发明人, “基于文档数据库的自动驾驶数据集管理系统及方法”, 国家发明专利, 已受理, 申请号 CN 202510194187.1.